



# Etude et développement de la méthode TWSTFT phase pour des comparaisons hautes performances d'étalons primaires de fréquence

Amale Kanj

## ► To cite this version:

Amale Kanj. Etude et développement de la méthode TWSTFT phase pour des comparaisons hautes performances d'étalons primaires de fréquence. Physique Numérique [physics.comp-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2012. Français. NNT : 2012PAO66585 . tel-00831596

**HAL Id: tel-00831596**

**<https://theses.hal.science/tel-00831596>**

Submitted on 7 Jun 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT DE  
L'UNIVERSITE PIERRE ET MARIE CURIE**

Spécialité  
Physique fondamentale et appliquée

École Doctorale

Physique de la région parisienne

Présentée par

**Amale Kanj**

Pour obtenir le grade de

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

Sujet de la thèse :

**Étude et développement de la méthode TWSTFT phase pour des  
comparaisons hautes performances d'étalons primaires de  
fréquence**

Soutenue le : 19/12/2012

**Jury :**

Marie-Christine ANGONIN  
Andreas BAUCH  
Pascale DEFRAIGNE  
Jérôme DELPORTE  
Gérard PETIT  
Joseph ACHKAR

Président  
Rapporteur  
Rapporteur  
Examineur  
Examineur  
Directeur de thèse



---

## Remerciements

Cette thèse doit beaucoup aux nombreuses personnes qui m'ont encouragé et soutenu au long de toutes ces années. Qu'elles trouvent dans ce travail l'expression de mes plus sincères remerciements.

Ce travail n'aurait jamais pu être réalisé sans l'intervention de Daniele Rovera. Je tiens donc à lui exprimer ma profonde gratitude à lui pour sa disponibilité à comprendre et à communiquer, grâce à lui j'ai pu apprendre beaucoup de choses sur le plan scientifique et humain.

Je tiens à remercier Marie-Christine Angonin pour avoir accepté de présider mon jury de thèse, Pascale Defraigne et Andreas Bauch qui m'ont fait l'honneur d'être rapporteurs de ce manuscrit, ainsi qu'à Jérôme Delporte pour sa participation à l'évaluation de cette thèse. Je remercie Gérard Petit pour avoir consacré une partie de son temps à la lecture approfondie de ce manuscrit et pour l'attention qu'il a portée à ce travail.

Je tiens à exprimer à mon directeur de thèse Joseph Achkar mes plus vifs remerciements pour la confiance qu'il m'a accordée, pour son encadrement tout au long de ce travail et sans oublier son aide dans la correction de ma thèse.

J'ai été durant cette thèse énormément honorée de partager le bureau avec Pierre Uhrich. Ces trois années et quelques mois que j'ai passé avec lui au laboratoire m'ont enrichi non seulement sur le plan scientifique mais surtout sur le plan culturel et humain. Je le remercie pour toutes les discussions que nous avons eues ensemble, pour toutes les choses qu'il m'a fait découvrir, pour son aide et pour tous les conseils qu'il m'a donnés.

Je dois aussi un grand merci à toutes les personnes qui ont été là quand j'avais besoin, à savoir : David Valat, Michel Abgrall, Ihsan Ibn Taïeb, Pascal Blondé, Frédéric Meynadier, Olivier Chiu, Sinda Mejri et Pacôme Delva.

J'adresse de sincères remerciements à Noel Dimarcq, directeur du SYRTE, pour m'avoir accueilli chaleureusement au sein du laboratoire avec extrême gentillesse.

Un grand merci à Giorgio Santarelli, et Paul Eric Pottie pour le travail que nous avons réalisé ensemble pendant ma troisième année de thèse et pour les conseils qu'ils m'ont donnés.

Je remercie Claude Courtecuisse pour son encouragement, sa gentillesse et pour toutes les discussions intéressantes que nous avons partagées.

Une immense pensée ira vers Saber Nsouli, je le remercie pour m'avoir toujours encouragé et supporté et pour tout ce qu'il a fait pour moi. Je lui reste toujours reconnaissante.

Je remercie Lana Hejjaoui et Simona Saba pour leurs supports. Je remercie également Mohamad El Shamaa pour toutes les soirées et les nuits blanches de rédaction que nous avons passées ensemble à la cité universitaire.

Je remercie également Rinat Tyumenev pour son encouragement, son support moral et son aide lorsque j'avais besoin.

Enfin, je remercie Anwar Kanj mon père et mon idole qui m'a tant encouragé et qui grâce à son encouragement que j'ai fait cette thèse. Je remercie infiniment ma mère Omayma pour tout inconditionnel soutien et assistance morale. Je remercie énormément mon frère Talal, ma petite sœur Aya, mon oncle Ayman Fayad et ma sœur et meilleure amie Hind Alameddine pour leurs supports et encouragements.

Je vous suis infiniment reconnaissante.



---

*À mes parents*



## Résumé

La technique TWSTFT a démontré des performances remarquables par sa contribution dans l'organisation du TAI/UTC, en termes de stabilité des liens micro-ondes et d'incertitude combinée sur l'écart entre [UTC-UTC(k)]. Cependant, l'étroitesse de la bande passante des codes utilisés ne permet pas la comparaison à moins d'un jour des étalons primaires de fréquence, et le recours à l'utilisation de la phase des porteuses est une piste privilégiée. Ce travail de thèse consiste à étudier et développer la méthode *two-way* phase, choisie selon un ensemble de critères cohérents comme la disponibilité et la configuration adaptée de deux stations terriennes, la distribution adaptée des signaux d'horloges de hautes performances, la disposition d'un simulateur de satellite caractérisé et l'utilisation d'une même bande de fréquence satellite. La technique utilisée s'appuie simultanément sur des mesures *two-way* entre stations distantes et sur des mesures de *ranging* effectuées par chaque station, l'ensemble étant basé sur le principe de propagation liée à la vitesse des porteuses. De plus, une analyse expérimentale par le code et par la phase est effectuée et des solutions efficaces conduisant à la réduction du bruit des liens sont proposées. Les principaux résultats de mesures obtenus par la mise en œuvre de cette technique au laboratoire montrent une stabilité de fréquence de  $1 \times 10^{-12}$  à 1 s et de  $3 \times 10^{-14}$  à 100 s, avec deux stations alimentées par un même maser à hydrogène actif. Ce travail s'achève par notre contribution dans l'application de la technique de transfert de temps *two-way* sur un lien fibré long de 540 km en collaboration avec le LPL, révélant des résultats très prometteurs.

## Abstract

The code-based Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer technique reveals strong performance in the TAI/UTC realization in terms of micro-wave links stability on the one side and the combined uncertainty of the [UTC-UTC(k)] on the other side. However, as far as the performance of this method is limited by the use of the code's narrow bandwidth, which doesn't allow primary frequency standards comparisons on averaging times less than 1 day, the use of the carrier phase is a great potential solution. The work presented in this thesis aims to study and develop the TWSTFT carrier-phase technique which was chosen according to some consistent criteria as the availability and the suitable configuration of two ground stations, the high performance clock signals distribution, the in-built satellite simulator and the use of the same frequency band on the satellite. The presented technique applies simultaneous two-way measurements between remote stations and ranging measurements related to each one. The whole system is based on the wave propagation principle related to the carrier velocity. In addition, an experimental analysis using the code and the phase is done and some effective solutions that reduce the noise on the links are proposed. The measurements results obtained by applying this technique in our laboratory using two stations in collocation driven by the same high performance active Hydrogen Maser clock show a frequency stability of  $1 \times 10^{-12}$  at 1 s and  $3 \times 10^{-14}$  at 100 s. This work is achieved by our contribution in applying the two-way time transfer technique on a fiber link with a length of 540 km in collaboration with LPL, which revealed very promising results.

**Mots clés :** TWSTFT, liens micro-ondes, satellite géostationnaire, horloges atomiques, code pseudo-aléatoire de bruit, phase de porteuse, transfert de temps et de fréquence, stabilité.





## TABLES DE MATIERES

<b>CHAPITRE 1. NOTION SUR LE TRANSFERT DE TEMPS ET DE FRÉQUENCE</b>	<b>- 19 -</b>
1.1 Échelles de temps.....	- 20 -
1.1.1 Propriétés .....	- 20 -
1.1.2 Histoire.....	- 21 -
1.1.3 Calcul du TAI et de UTC.....	- 24 -
1.2 Horloges atomiques au LNE-SYRTE.....	- 26 -
1.3 Techniques de transfert temps et de fréquence.....	- 27 -
1.3.1 Méthodes de transfert de temps et de fréquence une voie.....	- 27 -
1.3.2 Méthode de transfert de temps et de fréquence deux voies.....	- 30 -
<b>CHAPITRE 2. ÉTUDE DE L'IMPACT DU BRUIT DE MESURE SUR LA STABILITÉ DES LIENS DEUX VOIES CODE</b>	<b>- 45 -</b>
2.1 Motivation de l'étude.....	- 45 -
2.2 Impact lié au changement de satellite ou de répéteur .....	- 48 -
2.2.1 Changement du répéteur du satellite .....	- 50 -
2.3 Impact lié à l'introduction d'Offsets de fréquence .....	- 52 -
2.4 Impact lié à la variation de la puissance d'émission .....	- 54 -
2.5 Impact lié à la largeur de code et aux fréquences micro-ondes .....	- 59 -
<b>CHAPITRE 3. ÉTUDE ET DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE DEUX VOIES PHASE</b>	<b>- 65 -</b>
3.1 Principe de la méthode .....	- 65 -
3.2 Rappel sur l'effet Doppler .....	- 67 -
3.3 Construction du système d'équations de la méthode deux voies phase .....	- 69 -
3.3.1 Étude du signal transmis de la station 1 à la station 2 .....	- 69 -
3.3.2 Étude du signal transmis de la station 2 à la station 1 .....	- 71 -
3.3.3 Étude des signaux de ranging.....	- 71 -
3.3.4 Système d'équations de la méthode deux voies phase .....	- 72 -
3.4 Méthodes de résolution du système d'équations .....	- 72 -
3.4.1 Méthode directe.....	- 72 -
3.4.2 Méthode itérative - Méthode de Newton-Raphson.....	- 74 -
<b>CHAPITRE 4. MISE EN ŒUVRE EXPÉRIMENTALE DE LA MÉTHODE DEUX VOIES PHASE</b>	<b>- 83 -</b>
4.1 Le banc de mesure deux voies phase du LNE-SYRTE .....	- 83 -
4.1.1 Description des deux stations.....	- 83 -
4.1.2 Description du simulateur de satellite .....	- 89 -

<b>4.2Description des logiciels.....</b>	<b>- 90 -</b>
4.2.1 Logiciel d'acquisition des données .....	- 90 -
4.2.2 Logiciel de traitement correspondant à la méthode itérative .....	- 93 -
4.2.3 Logiciel de traitement correspondant à la méthode directe .....	- 96 -
<b>CHAPITRE 5. RÉSULTATS DE L'EXPÉRIENCE DEUX VOIES PHASE AU LNE-SYRTE</b>	<b>- 101</b>
-	
<b>5.1 Description de l'expérience .....</b>	<b>- 101 -</b>
<b>5.2Validation expérimentale du système d'équations.....</b>	<b>- 102 -</b>
<b>5.3 Détermination du coefficient Doppler .....</b>	<b>- 103 -</b>
<b>5.4 Détermination de la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite.....</b>	<b>- 104 -</b>
<b>5.5 Analyse de la stabilité de fréquence .....</b>	<b>- 107 -</b>
<b>5.6 Utilisation du simulateur de satellite.....</b>	<b>- 110 -</b>
5.6.1 Trajet émission par le simulateur et réception par la station .....	- 110 -
5.6.2 Trajet émission par la station et réception par le simulateur .....	- 113 -
5.6.3 Référence de fréquence externe des convertisseurs de fréquence .....	- 114 -
<b>5.7 Caractérisation des chaînes d'émission et de réception .....</b>	<b>- 115 -</b>
5.7.1 Caractérisation de l'émission et de la réception par un seul modem.....	- 116 -
5.7.2 Caractérisation de l'émission et de la réception par l'utilisation de deux modems.....	- 117 -
<b>5.8 Expérience préliminaire trilatérale entre PTB, Timetech et LNE-SYRTE.....</b>	<b>- 119 -</b>
<b>CHAPITRE 6. INTRODUCTION AU TRANSFERT DE TEMPS EN CODE PAR LIEN FIBRÉ : ÉTUDE PRÉLIMINAIRE</b>	<b>- 123 -</b>
<b>6.1Description de la liaison par fibre optique sur le réseau RENATER .....</b>	<b>- 124 -</b>
<b>6.2 Description de l'expérience réalisée en collaboration entre le LNE-SYRTE et le LPL.....</b>	<b>- 125 -</b>
<b>6.3 Résultats obtenus.....</b>	<b>- 127 -</b>
<b>CONCLUSION GÉNÉRALE ET PERSPECTIVES</b>	<b>- 131 -</b>
<b>ANNEXE 1. VARIANCE D'ALLAN ET SES DERIVÉES</b>	<b>- 135</b>
-	
<b>A1.1 Modélisation du signal.....</b>	<b>- 135 -</b>
<b>A1.2 Caractérisation du bruit.....</b>	<b>- 137 -</b>
A1.2.1 Domaine des fréquences : densité spectrale .....	- 137 -
A1.2.2 Domaine temporel : variance .....	- 139 -
<b>A1.3 Variance d'Allan AVAR.....</b>	<b>- 142 -</b>
A1.3.1 Variance à deux échantillons.....	- 143 -
A1.3.2 Variance d'Allan avec recouvrement .....	- 144 -
A1.3.3 Relation densité spectrale et variance d'Allan : fonction de transfert .....	- 146 -
A1.3.4 Tracé bi-logarithmique de la densité spectrale $S_y(f)$ et de l'écart-type d'Allan.....	- 148 -

A1.3.5	Incertitudes sur la variance d'Allan : loi du $X^2$ (« chi-deux ») et intervalles de confiance .....	- 150 -
A1.3.6	Détection d'une dérive linéaire de fréquence .....	- 153 -
A1.3.7	Détection d'un signal périodique dans $y(t)$ .....	- 154 -
<b>A1.4</b>	<b>Variance d'Allan modifiée MVAR.....</b>	<b>- 155 -</b>
A1.4.1	Limites de AVAR pour les modulations en bruits de phase.....	- 155 -
A1.4.2	Définition de MVAR.....	- 156 -
A1.4.3	Relation densité spectrale et variance d'Allan modifiée MVAR .....	- 157 -
A1.4.4	Tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan modifié .....	- 158 -
A1.4.5	Incertitudes sur MVAR .....	- 159 -
A1.4.6	Relation entre AVAR et MVAR .....	- 159 -
<b>A1.5</b>	<b>Variance d'Allan temporelle TVAR.....</b>	<b>- 160 -</b>
A1.5.1	Définition de TVAR.....	- 160 -
A1.5.2	Tracé bi-logarithmique de l'écart-type temporel d'Allan.....	- 161 -
<b>ANNEXE 2. MODEM SATRE</b>		<b>- 165 -</b>
<b>A2.1</b>	<b>Présentation – Fonctions du modem .....</b>	<b>- 165 -</b>
<b>A2.2</b>	<b>Principe de fonctionnement du modem.....</b>	<b>- 166 -</b>
A2.2.1	Étude du module EMISSION.....	- 169 -
A2.2.2	Étude du module de RECEPTION.....	- 172 -
<b>ANNEXE 3. ANALYSE DE LA STABILITÉ DE FRÉQUENCE DES DONNÉES 1 S RÉSULTANT DES MESURES TWSTFT PHASE</b>		<b>- 177 -</b>
<b>A3.1</b>	<b>Décomposition de l'équation du décalage de fréquence entre les deux horloges en comparaison --</b>	<b>177</b>
	-	
<b>A3.2</b>	<b>Analyse de la variance d'Allan de chaque terme de l'équation deux voies phase .....</b>	<b>- 177 -</b>



## Acronymes

ACES : Atomic Clock Ensemble in Space  
AIUB : Astronomical Institute of the University of Berne  
ALGOS : Algorithme du BIPM permettant de générer mensuellement l'UTC à partir de TAI  
AOG : Auxiliary Output Generator  
BIPM : Bureau International des Poids et Mesures  
BPSK : Bi Phase Shift Keying  
C/A (code) : Coarse Acquisition  
CDMA : Code Division Multiple Access  
CGPM : Conférence Générale des Poids et Mesures  
CNES : Centre National d'Etude Spatiale  
DRMS : Root mean square of the residuals to the quadratic fit  
DWDM : Dense Wavelength Division Multiplexing  
EAL : Echelle Atomique Libre  
EGNOS : European Geostationary Overlay System  
ESA : European Space Agency  
ET : Ephemeris Time  
FDMA : Frequency Division Multiple Access  
GNSS : Global Navigation Satellite System  
GPS : Global Positioning System  
IERS : International Earth rotation and Reference Systems service  
INRIM : Istituto Nazionale Di Ricerca Metrologica  
IRNSS : Indian Regional Navigation Satellites System  
LNE-SYRTE : Laboratoire National de métrologie et d'Essais - Système de Références Temps-Espace  
LPL : Laboratoire de Physique des Lasers  
MJD : Modified Julian Date  
MWL : Micro-wave Link  
NIST : National Institute of Standards and Technology  
NPL : National Physical Laboratory  
OCA : Observatoire de la Côte d'Azur  
OP : Observatoire de Paris  
PHARAO : Projet d'Horloge Atomique par Refroidissement d'Atomes en Orbite  
PPP : Precise Point Positioning  
PPS : Pulse Per Second  
PTB : Physikalisch Technische Bundesanstalt  
QZSS : Quasi-Zenith Satellites System  
RENATER : Réseau National de télécommunications pour la Technologie l'Enseignement et la Recherche  
RIMS : Ranging and Integrity Monitoring Station  
ROA : Real Instituto y Observatorio de la Armada  
SATRE : SATellite Time and Ranging Equipment  
SBAS : Satellites-Based Augmentation System  
SHM : Space Hydrogen Maser  
SI : Système International des unités  
T2L2 : Transfert de Temps par Lien Laser

TAI : Temps Atomique International

TIC : Compteur d'Intervalle de Temps

TWSTFT : Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer

UAI : Union Astronomique Internationale

USNO : United States Naval Observatory

UT : Universal Time

UTC : Temps Universel Coordonné

UTC(k) : Réalisation local d'UTC

# Introduction générale

Pendant très longtemps, l'homme s'est basé sur des observations de la terre pour déterminer le temps. Au fil des ans, le besoin de l'exactitude dans cette mesure devient de plus en plus essentiel. D'où, l'apparition de l'horloge mécanique. Par contre, cette dernière n'a pas pu satisfaire les besoins de l'homme sur le plan de l'exactitude.

En 1949, il y a eu la naissance de la première horloge atomique basée sur les transitions atomiques de la molécule d'ammoniac. Cette horloge n'étant pas assez précise, l'idée fut d'abord abandonnée. En 1955, la première horloge atomique à jet de césium a été créée assurant le fonctionnement le plus exact et le plus stable de l'époque.

Depuis la Conférence Générale des Poids et Mesures (CGPM) de 1967 la seconde, unité de base du système international, est la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133. Ainsi, l'horloge atomique à césium fut le moyen de réaliser l'unité.

Cependant, le progrès réalisé dans le domaine de la physique atomique d'une part, et les irrégularités observées lors de la détermination du temps par observations astronomiques d'autre part, ont motivé la création d'une échelle de temps basée sur un phénomène physique.

Par suite, en 1970, le Temps Atomique International (TAI) fut approuvé par le Comité Internationale des Poids et Mesures (CIPM) comme étant l'échelle de temps papier réalisée par le Bureau International de l'Heure (BIH) situé à l'Observatoire de Paris. Depuis 1988, la réalisation du TAI fut confiée à la section temps du BIPM à partir de la comparaison de quelques centaines d'horloges atomiques disséminées dans le monde. Au début, ces comparaisons d'horloges se faisaient par transport d'horloges, par signaux hertziens, ou encore par des systèmes de radionavigation tels que le Loran-C, GLONASS et surtout le GPS.

Entre 1970 et 1980, des premiers tests de transfert de temps utilisant la technique TWSTFT ont été effectués. Malgré que cette méthode présentait des performances intéressantes meilleures que les autres méthodes de comparaisons, celle-ci n'était pas utilisée de manière opérationnelle, à cause des coûts élevés des équipements des stations et de la location de bandes de fréquence satellite. Cependant, cette technique fut officialisée suite à la Résolution 4 de la 18<sup>ème</sup> Conférence générale des poids et mesures de 1987 et la Déclaration S1 de 1989 du Comité consultatif pour la définition de la seconde (CCDS), devenu aujourd'hui le Comité Consultatif du Temps et des Fréquences (CCTF). Ainsi, dès le début des années 90, les laboratoires participant au calcul du TAI ont commencé à adopter cette méthode, en parallèle avec le GPS/GLONASS.

Dans ce contexte, le LNE-SYRTE a lancé en 2001 le projet TWSTFT ayant comme objectif la mise en œuvre, sur le site de l'Observatoire de Paris, d'une station terrienne de comparaison d'horloges atomiques au sol, par liaisons micro-ondes par l'intermédiaire d'un satellite géostationnaire de télécommunications, afin de contribuer par cette technique, alternative au GPS, au calcul du TAI.

En effet, la première station installée au laboratoire fut opérationnelle en 2003, l'Observatoire de Paris ayant obtenu une licence de l'Autorité de Régulation des Télécommunications (ART)



l'autorisant à établir et exploiter un réseau indépendant de télécommunications par satellite, en bande Ku. Depuis cette date, la station fonctionne de façon continue et opérationnelle sur les deux réseaux Européen et transatlantique, aujourd'hui à travers le satellite TELSTAR 11N. A partir du 1<sup>er</sup> janvier 2005, cette technique est devenue le lien primaire du laboratoire pour la contribution des horloges françaises au TAI. Cette technique s'est vue complétée par la mise en œuvre d'un simulateur de satellite permettant la caractérisation intrinsèque de la station TWSTFT, en termes de retards internes propres à la station. De plus, une deuxième station TWSTFT a été développée au laboratoire pour participer directement aux comparaisons d'horloges avec les laboratoires de temps du continent asiatique.

Dans le but de poursuivre le développement autour de cette technique en vue d'améliorer davantage ses performances actuelles, les principaux travaux de thèse effectuée au LNE-SYRTE, portent premièrement sur une étude de l'évolution des liens *two-way* code durant les cinq dernières années avec comme objectif l'identification des paramètres pouvant améliorer les performances de la technique TWSTFT code d'un côté et l'étude de l'environnement électromagnétique dans lequel la technique TWSTFT phase est développée d'un autre côté. Dans ce contexte, l'étude et le développement de la technique phase au LNE-SYRTE a été réalisé en bénéficiant des moyens matériels et logiciels déjà en place et en se basant sur une étude antérieure. Enfin, une application très prometteuse de la technique *two-way* dans les fibres optiques a été initiée au laboratoire et à laquelle une contribution a été apportée dans le cadre de cette thèse.

Ce manuscrit comporte 6 chapitres :

Le chapitre 1 décrit succinctement l'évolution historique des échelles de temps à travers les siècles. Désormais, les échelles de temps actuelles, le TAI et le Temps Universel Coordonné (UTC) sont réalisées à l'aide de comparaisons d'horloges atomiques disséminées dans les laboratoires de temps du monde entier. L'algorithme de construction du TAI et de UTC est présenté dans ce chapitre. Les principales méthodes de comparaisons d'horloges atomiques distantes sont exposées en abordant particulièrement la technique TWSTFT vu qu'elle constitue la base des travaux présentés dans ce manuscrit.

Ainsi, trois approches différentes sont présentées : la méthode utilisant un simple code pseudo aléatoire de bruit actuellement opérationnelle, une autre approche utilisant un double code pseudo aléatoire de bruit permettant de s'affranchir de la limitation actuelle en bande passante sur le répéteur de satellite, la troisième se basant sur la phase de la porteuse de l'information horaire qui a démontré des capacités techniques évidentes dans le système GPS et qui fut une motivation pour ce travail de thèse.

Le chapitre 2 présente une étude des différents paramètres causant un impact sur la dégradation des liens *two-way* à court et à moyen terme se traduisant par des problèmes de stabilité, d'interférence et d'augmentation du bruit de mesure court terme. Cette étude est basée sur des observations faites sur une période de cinq ans.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude théorique de la méthode deux voies phase. Dans ce contexte, le principe de la méthode est développé de manière très détaillée. En effet, le système d'équations non linéaires de la méthode est présenté en considérant les fréquences des porteuses reçues par les deux stations en comparaison et en tenant compte du décalage de fréquence résultant de l'effet Doppler causé par le mouvement du satellite. Ce chapitre

propose deux méthodes pour résoudre ce système ; la première permettant de calculer l'offset de fréquence entre les horloges en déterminant le décalage de fréquence dû à l'effet Doppler d'un côté, et la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite d'un autre côté, à partir des mesures de *ranging* en code et en phase, et une seconde méthode itérative plus complexe basée sur la technique de Newton-Raphson permettant de calculer toutes les variables du système sans avoir recours aux mesures par le code.

Le chapitre 4 présente le banc de mesure des expériences deux voies phase composé des stations *two-way* et du simulateur de satellite. Les logiciels destinés au pilotage des appareils de mesures, à l'acquisition des données de mesures et au traitement des données ainsi collectées sont décrits dans ce chapitre.

Le chapitre 5 est destiné à la partie expérimentale des travaux effectués dans le cadre de la mise en œuvre de la méthode TWSTFT phase au laboratoire. Il expose l'ensemble des résultats de l'application de cette technique et présente une analyse des différents phénomènes observés.

Enfin, le chapitre 6 décrit l'expérience menée en 2012 par le LNE-SYRTE et le Laboratoire de Physique des Lasers (LPL), développant une nouvelle méthode permettant d'acquérir une excellente exactitude en transfert de temps par lien fibré, sur un réseau public de télécommunication par fibres optiques d'une distance totale de 540 km. Ma contribution ponctuelle effectuée dans ma troisième et dernière année de thèse se limite à appliquer le principe de la technique TWSTFT au transfert de temps par lien fibré à travers la mise à disposition des modems SATRE et leur intégration dans le banc optique, l'implémentation de nos logiciels d'acquisition et de traitement après leur adaptation au nouveau banc, puis le traitement de l'ensemble des données de transfert de temps par lien fibré pendant toute la durée de l'expérience.

Ce manuscrit comporte également 3 annexes : le premier est destiné à la description de la variance d'Allan et ses dérivées, le second décrivant le fonctionnement du modem SATRE dédié TWSTFT utilisé par les stations *two-way*, le troisième présente une analyse de la stabilité de fréquence sur des données collectées issues des mesures effectuées par application de la technique TWSTFT phase.



# Chapitre 1.

## Notion sur le transfert de temps et de fréquence

### Introduction

A travers les âges, l'homme a cherché à mesurer le temps. Une échelle de temps peut être définie comme un système de classement univoque des événements qui permet leur datation. Les calendriers, par exemple, sont des échelles de temps.

Alors que les échelles de temps étaient de nature astronomique, depuis 1967, ces échelles se basent sur un phénomène physique qui constitue la base du concept de l'horloge atomique.

A présent, le Temps Atomique International (TAI) est établi par le Bureau International des Poids et Mesures (BIPM) qui compare les données d'environ 400 d'horloges atomiques réparties partout dans le monde. Ces comparaisons sont réalisées actuellement à l'aide des techniques de transfert de temps et de fréquence utilisant des liens satellitaires tel que le Global Navigation Satellite System (GNSS) et la technique TWSTFT.

En effet, les travaux de développement de la méthode TWSTFT ont démarré effectivement au laboratoire en 2001. Cette technique a été expérimentée pour la première fois sur le site de l'Observatoire de Paris en 2003 et est devenue le lien primaire du laboratoire pour la contribution des horloges françaises au TAI/UTC depuis le 1<sup>er</sup> janvier 2005.

Cependant, il est fondamental que la performance de cette technique suive l'évolution des horloges atomiques. Dans ce contexte, quelques recherches ont été développées dans le but d'améliorer l'exactitude et stabilité de la méthode.

Ce chapitre décrit tout d'abord les propriétés d'une échelle de temps et son évolution à travers les siècles. Le calcul des échelles de temps actuelles est également donné dans la première partie. Ensuite les performances des fontaines atomiques au LNE-SYRTE sont présentées. La dernière partie du chapitre est consacrée à la description des différentes techniques de transfert de temps-fréquence une voie et deux voies en s'intéressant particulièrement à la technique TWSTFT vu qu'elle fait l'objet des travaux de thèse présentés dans les chapitres suivants de ce manuscrit. Ainsi, trois approches différentes de la technique sont présentées : la méthode qui utilise un simple code pseudo aléatoire de bruit est la technique la plus répandue et est actuellement opérationnelle dans le sens où elle est utilisée régulièrement dans la construction du TAI ; les deux autres approches visent à améliorer davantage les performances de ce moyen de comparaison d'horloges en utilisant soit, un double code pseudo aléatoire de bruit simulant une bande passante plus large ou encore, la phase de la porteuse de l'information horaire.

## 1.1 Échelles de temps

Dans cette partie, les propriétés d'une échelle de temps sont présentées suivies d'une description de l'évolution historique des échelles de temps à travers les siècles jusqu'à présent.

### 1.1.1 Propriétés

Une échelle de temps doit satisfaire les propriétés suivantes [1] :

- **Pérennité**

L'échelle de temps ne doit jamais être interrompue vue qu'elle doit assurer à tout instant la datation des événements à partir d'une date d'origine. La génération d'une échelle de temps atomique fiable à partir d'une unique horloge serait donc impossible car la moindre défaillance provoquerait une interruption de celle-ci. La notion de pérennité est ainsi liée à celle de redondance. Pour assurer la pérennité d'une échelle de temps, il est donc indispensable de détenir plusieurs horloges et de calculer un temps d'ensemble. La pérennité du Temps Atomique International est assurée actuellement à partir d'environ 400 horloges atomiques réparties dans 70 laboratoires dans le monde.

D'autre part, le changement d'échelle de temps doit être accompagné d'un raccordement entre l'ancienne et la nouvelle échelle afin d'assurer la pérennité sur le très long terme. Dans ce cas, la pérennité est une propriété de l'ensemble des échelles de temps.

- **Accessibilité**

Vu que l'objectif d'une échelle de temps est de servir comme référence pour dater tout événement, il est fondamental qu'elle soit accessible à tous les utilisateurs. En outre, cette échelle doit être universelle afin que la datation des événements soit la même partout. Le délai d'accessibilité d'une échelle de temps dépend de la qualité de ses données temporelles et leurs méthodes de calcul.

Les données temporelles brutes, acquises à partir d'un cycle de mesures dont la durée peut varier de quelques minutes à quelques heures, sont affectées d'un bruit de mesure. Un lissage des mesures brutes est réalisé en fonction du niveau de bruit en collectant des données provenant de plusieurs mesures successives.

Par conséquent, l'accès à l'échelle de temps résultante ne peut pas être immédiat. En ce qui concerne le TAI, un délai d'accès égal à un mois est nécessaire afin d'assurer une extrême fiabilité et une stabilité long-terme. Pour des études scientifiques, la réalisation d'une échelle de temps en quasi temps réel est nécessaire, c'est le cas de UTC(k), réalisation locale de UTC dans le laboratoire k.

- **Stabilité**

La stabilité d'une échelle de temps est son aptitude à maintenir un intervalle de temps unitaire constant même s'il diffère de l'intervalle de temps idéal (la seconde SI). Une échelle de temps est plus stable que toute contribution d'horloge à partir d'une certaine durée d'intégration.

La stabilité d'une échelle de temps dépend de celle de chacune des horloges participantes à sa réalisation ainsi que de l'algorithme appliqué, sachant qu'il doit en particulier prendre en considération les changements de comportement des horloges.

La variance d'Allan (annexe 1) est l'outil statistique le plus utilisé pour estimer la stabilité des échelles de temps, en prenant en considération le pas d'échantillonnage et la durée d'observations.

### - Exactitude

D'après le GUM [2], l'exactitude de mesure est l'écart entre le résultat d'un mesurage et une valeur vraie d'un mesurande. Le concept d'exactitude est donc qualitatif.

L'exactitude d'une échelle de temps est définie comme étant sa capacité à maintenir un intervalle de temps unitaire aussi proche que possible de la définition de la seconde SI.

## 1.1.2 Histoire

Jusqu'à la fin du 18<sup>ème</sup> siècle, l'échelle de temps utilisée par l'homme fut celle du Temps solaire. En effet, les premières civilisations se sont basées sur l'alternance des jours et des nuits ainsi que celle des saisons, liée à la rotation de la Terre autour de son axe et autour du soleil, pour définir leurs échelles de temps [3][4].

Cependant, comme l'orbite de la Terre est une ellipse, le mouvement de la Terre autour du Soleil varie suivant la distance terre-soleil. Il est plus vite au mois de janvier lorsque la Terre est au périhélie, qu'en juillet lorsque la Terre est à l'aphélie. Par conséquent, la durée du jour solaire vrai est plus courte en janvier et plus longue en juillet.

D'autre part, la durée du jour solaire est déterminée par la projection du mouvement du soleil sur l'équateur. Or, aux solstices, le Soleil se déplace parallèlement à l'équateur céleste alors qu'aux équinoxes son déplacement est incliné de  $23^{\circ} 27'$  par rapport à ce dernier. La projection géométrique du Soleil sur l'équateur se déplace donc plus rapidement aux solstices qu'aux équinoxes.

Dans le but de s'affranchir de ces facteurs causant des fluctuations de mesures, une nouvelle échelle de temps basée sur le temps solaire moyen qui correspond au temps solaire vrai corrigé de ces fluctuations fut adaptée en France depuis 1816.

La différence entre le temps solaire moyen et le temps solaire vrai est donnée par l'équation du temps.

A partir du début du 19<sup>ème</sup> siècle, avec le développement des moyens de communication et de transport, l'uniformisation du temps pour le monde entier fut nécessaire. A partir de 1884, le méridien de Greenwich fut considéré comme origine des longitudes terrestres auquel lui sera associée l'utilisation d'une échelle de temps universelle, le Temps Universel (UT) [5].

Par définition, le Temps Universel est le temps solaire moyen pour le méridien origine, augmenté de 12 heures.

Cette base de temps se rapporte à toutes les échelles de temps basées sur la rotation de la Terre et référencées au méridien origine. Son utilisation a été recommandée en 1948 par l'Union Astronomique Internationale (UAI).

Pour éliminer les irrégularités de UT, on distingue entre trois versions de temps universel [6]:

- Le temps UT0, dérivé des observations astronomiques, constitue le temps universel brut. Il est affecté par le mouvement de l'axe de rotation de la Terre ainsi que par les variations de sa vitesse de rotation.
- Le temps UT1, est obtenu à partir de UT0 par élimination des effets du mouvement des pôles.
- Le temps UT2, est une version lissée de UT1 par élimination des effets saisonniers de la rotation de la Terre.

Dès 1929, les irrégularités de UT ont été signalées. Par ailleurs, il a été remarqué que le jour de UT1 a tendance à augmenter d'environ une milliseconde par siècle dérogeant ainsi aux propriétés de pérennité et de stabilité que doit satisfaire une échelle de temps. Elle se stabilisera dans quelques milliards d'années, lorsque la Terre présentera toujours la même face à la Lune, soit une durée du jour équivalent à 28 jours actuels. Cependant, la Lune nous présente toujours la même face vue qu'elle est plus légère, elle s'est stabilisée plus rapidement que la Terre.

Selon cette échelle de temps, la seconde est la fraction  $1/86400$  du jour solaire moyen.

Les astronomes ont alors introduit une nouvelle échelle de temps, plus stable, fondée sur la révolution de la Terre autour du Soleil, appelée Temps des Ephémérides (TE). Cette nouvelle échelle de temps, légalement en usage entre 1960 et 1967, se base sur l'observation de la longitude du Soleil dans le ciel au cours de l'année.

Or, en analysant ces observations de 1680 à 1895, Newcomb a établi l'équation définissant numériquement la longitude du Soleil qui a été adoptée officiellement en 1952 par l'Union astronomique internationale. Le Temps des Ephémérides est alors la solution de l'équation de second degré qui donne la longitude moyenne géométrique du soleil en fonction du temps. En 1960, la onzième conférence générale des poids et mesures décida que la seconde est la fraction  $1/31556925.9747$  de l'année tropique pour le 0 janvier 1900 à 12 h TE.

Par contre, il est difficile d'obtenir une bonne réalisation de TE dans un délai acceptable pour les utilisateurs vu que la précision de mesure de la position du soleil par rapport à la position des étoiles est relativement faible. Cette échelle de temps est rapidement remplacée donc par une nouvelle échelle de temps : le TAI.

D'après la Conférence Générale des Poids et Mesures de 1967 [7], la seconde n'est plus définie par rapport à l'année, mais par rapport à une propriété de la matière ; cette unité de base du système international est la durée de  $9\,192\,631\,770$  périodes de la radiation correspondant à la transition entre les niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome de césium 133 [8]. Cette définition a été complétée en 1997, en précisant que l'atome de césium doit être en état de repos sous une température de 0 K.

Actuellement, le TAI est réalisé à partir de la comparaison de quelques centaines horloges atomiques réparties dans le monde dont la majorité est constituée d'horloges à césium commerciales Hewlett Packard / Agilent / Symmetricom 5071A. Le TAI fut approuvé par le Comité International des Poids et Mesures en 1970. Depuis 1988, la section temps du BIPM est chargée du calcul du TAI. Avant cette date, cette mission était réalisée par le Bureau International de l'Heure (BIH) situé à l'Observatoire de Paris.

L'échelle de temps stable et uniforme employée pour les calculs astronomiques est maintenant le Temps Terrestre (TT), échelle de temps dont la réalisation pratique est liée au TAI.

L'origine du TAI est déterminée pour coïncider avec UT1 le 1<sup>er</sup> janvier 1958. Depuis, UT1 retarde par rapport au TAI, l'écart s'accroît d'environ 0,7 s par an.

Le temps universel coordonné (UTC), maintenu également par le BIPM depuis 1988, est une échelle de temps constituant la base de l'heure légale dans le monde. UTC est un compromis entre le TAI et le Temps universel UT1, le premier étant stable mais déconnecté de la rotation de la Terre et le second directement lié à la rotation de la Terre et donc lentement variable. En effet, UTC est décalé du TAI d'un nombre entier de secondes modifié régulièrement pour maintenir la différence entre UTC et le Temps universel UT1 inférieure à 0,9 s en valeur absolue. Ce nombre entier de secondes, appelées secondes intercalaires est inséré si nécessaire, à l'initiative du Service International de la Rotation Terrestre et des Systèmes de Référence (IERS), étant l'organisme en charge du calcul de UT1. Depuis le 1<sup>er</sup> juillet 2012, la différence entre UTC et TAI en valeur absolue est de 35 s [10].

Les réalisations physiques de l'UTC sont UTC(k), maintenues par les laboratoires nationaux de métrologie ou par les observatoires dont les données d'horloges participent au calcul de l'UTC réalisé par le BIPM.

Le BIPM renvoie alors, pour chaque mois écoulé dans un fichier mensuel la Circular-T [11] (Tableau 1.1), l'évolution de l'écart entre UTC et UTC(k) et l'incertitude U sur cet écart, ce qui permet à chaque laboratoire d'estimer la qualité de sa prédiction UTC(k) et d'en réajuster la fréquence si nécessaire, ainsi que la qualité de son lien de raccordement.

En effet, l'incertitude combinée U liée à une mesure de comparaison d'horloges détermine l'exactitude de cette mesure. C'est la somme quadratique [2] des incertitudes statistiques de type A notées  $U_A$ , comprenant tous les effets aléatoires évalués par des méthodes statistiques, et systématiques de type B notées  $U_B$ , comprenant tous les effets systématiques liés au mode opératoire utilisé pour réaliser les mesures et qui peut être déterminé par l'étalonnage du moyen de comparaison d'horloges.

Tableau 1.1 : Extrait d'une Circulaire-T produite par le BIPM [11]

Date 2012	Oh UTC	OCT 29	NOV 3	NOV 8	NOV 13	NOV 18	NOV 23	NOV 28	Uncertainty/ns Notes		
MJD		56229	56234	56239	56244	56249	56254	56259	uA	uB	u
Laboratory k		[UTC-UTC(k)]/ns									
LT (Vilnius)		249.8	245.9	228.7	225.2	230.2	232.0	214.4	2.0	5.3	5.6
MIKE (Espoo)		3.6	2.7	1.2	0.8	0.3	-0.8	-1.4	0.3	7.2	7.2
MEKH (Budapest)		-72762.4	-72965.9	-73165.3	-73371.6	-73575.0	-73776.2	-73989.6	1.5	20.0	20.1
MSL (Lower Hutt)		-175.1	-143.8	-94.3	-59.9	-20.7	-1.1	30.2	1.5	20.1	20.1
MTC (Makkah)			17.0	16.2	19.1	22.4	14.8	11.6	8.0	20.1	21.6 (3)
NAO (Misusawa)		160.0	127.1	102.5	81.0	60.6	30.9	6.6	2.0	19.9	20.0
NICT (Tokyo)		18.0	16.3	14.4	13.9	12.4	10.1	7.8	0.3	4.6	4.6
NIM (Beijing)		8.5	7.3	7.2	7.3	7.1	6.0	6.7	0.3	5.2	5.2
NIMB (Bucharest)		206.9	233.2	251.1	256.0	266.8	260.9	281.1	0.3	20.1	20.1
NIMT (Pathumthani)		24.7	14.1	15.4	13.4	2.1	4.8	12.9	1.0	20.0	20.0
NIS (Cairo)		-1028.7	-	-	-	-	-	-	0.8	7.2	7.2
NIST (Boulder)		0.5	0.3	-0.4	-0.9	-1.3	-2.4	-3.1	0.3	5.1	5.1
NMIJ (Tsukuba)		5.4	2.4	-0.1	-1.6	-4.4	-6.7	-8.2	0.4	5.2	5.2
NMLS (Sepang)		-585.3	-567.9	-545.2	-531.2	-518.2	-504.2	-490.2	1.5	20.1	20.1
NPL (Teddington)		-6.3	-6.1	-6.3	-6.0	-6.3	-5.1	-2.8	0.3	5.2	5.2
NPLI (New-Delhi)		191.9	196.3	192.4	185.6	187.5	189.3	190.1	0.3	7.1	7.1
NRC (Ottawa)		-19.4	-19.1	-24.5	-21.6	-22.3	-29.8	-38.7	0.3	5.2	5.2
NRL (Washington DC)		18.9	4.8	-3.4	-6.2	-5.5	-3.0	-1.7	0.3	5.3	5.3
NTSC (Lintong)		-4.8	-10.5	-14.9	-9.4	-9.6	-8.5	-11.3	0.5	5.0	5.0
ONBA (Buenos Aires)		-273.9	-309.0	-312.3	-321.2	-325.6	-337.9	-353.1	2.5	5.3	5.8
ONRJ (Rio de Janeiro)		0.6	2.2	0.0	1.5	1.2	-5.3	-4.9	3.9	7.1	8.1
OP (Paris)		1.4	-0.7	-1.5	-1.6	-2.2	-3.2	-3.2	0.3	1.9	1.9
ORB (Bruxelles)		3.4	3.4	2.5	2.4	2.9	2.7	2.1	0.3	5.2	5.2
PL (Warszawa)		-93.2	0.6	-5.6	-11.0	-12.7	-24.9	-27.6	0.3	5.2	5.2 (4)
PTB (Braunschweig)		1.5	1.6	0.4	1.0	0.7	1.1	2.3	0.1	1.6	1.6
ROA (San Fernando)		17.4	20.6	23.6	25.9	22.2	19.2	17.2	0.3	5.1	5.2
SCL (Hong Kong)		-55.2	-54.2	-60.8	-63.7	-75.9	-75.9	-75.4	3.0	10.1	10.6
SG (Singapore)		23.4	21.5	18.3	12.8	8.9	-0.9	-6.1	0.4	5.3	5.3
SIQ (Ljubljana)		-645.1	-669.9	-695.6	-681.0	-716.0	-702.3	-694.3	4.0	20.0	20.4
SMD (Bruxelles)		-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
SMU (Bratislava)		-64.0	-64.5	-73.8	-75.0	-73.3	-74.0	-68.4	2.5	20.0	20.2
SP (Boras)		-3.9	-2.7	-2.5	-1.7	-1.2	-0.8	0.1	0.3	1.9	1.9
SU (Moskva)		0.0	-0.8	-2.2	-1.0	-0.5	-1.1	1.3	1.0	5.2	5.3
TCC (Concepcion)		1619.7	1640.3	1653.1	1659.8	1665.7	1677.8	1703.3	0.3	5.2	5.2
TL (Chung-Li)		2.9	5.0	2.7	2.1	3.6	2.6	1.5	0.3	5.0	5.0
TP (Praha)		-26.8	-27.3	-21.5	-20.7	-17.2	-13.8	-13.4	0.3	5.2	5.2
UA (Kharkov)		19.8	24.2	19.9	23.7	20.0	13.4	9.0	1.5	7.2	7.3
UME (Gebze-Kocaeli)		352.8	361.9	371.8	389.7	399.2	401.0	409.0	1.0	7.1	7.1
USNO (Washington DC)		4.8	4.0	3.6	4.6	4.1	2.6	1.5	0.2	3.8	3.8
VMI (Ha Noi)		-1.2	5.1	0.9	0.3	-2.5	1.1	14.0	1.0	20.1	20.1
VSL (Delft)		14.5	12.1	11.9	14.0	9.1	-2.7	-3.1	0.3	1.9	1.9
ZA (Pretoria)		312.3	263.9	242.1	206.7	162.8	139.2	114.7	1.5	19.9	19.9



### 1.1.3 Calcul du TAI et de UTC

Pour calculer le Temps Atomique International, le BIPM calcule, à partir de toutes les horloges participantes, une Échelle Atomique Libre (EAL) basée sur un algorithme d'ensemble, dans lequel le poids attribué à chaque horloge locale est déterminé par sa stabilité à long terme. Cette moyenne pondérée est alors combinée avec un ensemble d'étalons primaires de fréquences développés dans certains laboratoires, de façon à obtenir la seconde TAI la plus proche possible de la définition officielle de la seconde.

L'organisation générale du TAI est donnée dans la figure 1.1.

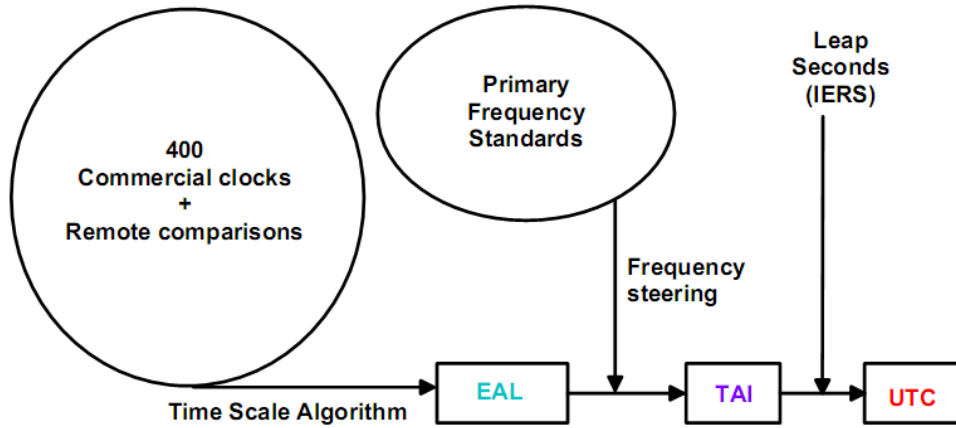


Figure 1.1 : Organisation générale du calcul du TAI

En effet, EAL est définie à l'aide d'un algorithme de stabilité ALGOS développé en 1970 [12] à partir de l'équation suivante :

$$EAL(t) = \sum_{i=1}^N w_i [h_i(t) + h'_i(t)] \quad (1.1)$$

$N$  : nombre d'horloges participantes pendant l'intervalle de calcul

$h_i(t)$  : lecture de l'horloge  $H_i$  à l'instant  $t$

$h'_i(t)$  : correction de temps effectuée à l'instant  $t$  sur la lecture d'horloge  $H_i$

$w_i$  : poids relatif de l'horloge  $H_i$

Le poids attribué aux horloges reflète leur stabilité long terme. L'objectif est de maintenir une moyenne pondérée qui soit plus stable sur le long terme que chaque élément contribuant au calcul de l'échelle de temps. Le poids des horloges vérifie la relation suivante :

$$\sum_{i=1}^N w_i = 1 \quad (1.2)$$

En retranchant le même facteur des deux côtés dans l'équation (1.1), on obtient :

$$EAL(t) - \sum_{i=1}^N w_i h_i(t) = \sum_{i=1}^N w_i [h_i(t) + h'_i(t)] - \sum_{i=1}^N w_i h_i(t) \quad (1.3)$$

En utilisant l'équation (1.1) :

$$\sum_{i=1}^N w_i (EAL(t) - h_i(t)) = \sum_{i=1}^N w_i h'_i(t) \quad (1.4)$$

En considérant que :

$$x_i = EAL(t) - h_i(t) \quad (1.5)$$

L'équation 1.4 devient :

$$\sum_{i=1}^N w_i x_i = \sum_{i=1}^N w_i h'_i(t) \quad (1.6)$$

Les données utilisées par ALGOS prennent alors la forme de différence de temps des lectures d'horloges :

$$x_{i,j}(t) = h_j(t) - h_i(t) \quad (1.7)$$

Les deux équations (1.6) et (1.7) forment un système de N équations à N inconnues :

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^N w_i x_i = \sum_{i=1}^N w_i h'_i(t) \\ x_{i,j}(t) = h_j(t) - h_i(t) \end{cases} \quad (1.8)$$

La solution du système d'équations est :

$$x_j(t) = EAL(t) - h_j = \sum_{i=1}^N w_i [h'_i(t) - x_{i,j}(t)] \quad (1.9)$$

La différence (1.9) entre chaque horloge  $h_j$  et EAL dépend du poids de l'horloge, de la prédiction de fréquence et de la différence entre les horloges mesurées. L'horloge  $H_j$  peut représenter une échelle de temps UTC(j) ;  $x_j(t)$  peut alors être écrite sous la forme suivante :

$$x_j = EAL - UTC(j) \quad (1.10)$$

Où le temps à l'instant  $t$  a été supprimé pour simplifier la notation.

Les prédictions de la fréquence et le poids sont fixés par approximation à l'aide des algorithmes basés sur le comportement de l'horloge dans le passé et en utilisant l'équation (1.9) où ils peuvent être considérés comme des paramètres déterministes variant dans le temps.

A partir de l'équation (1.10) et en suivant les étapes décrites précédemment les deux différences (TAI-UTC) et (UTC-UTC(j)) sont déduites.

Les différences de lecture d'horloges  $x_{i,j}(t)$ , sont calculées par des méthodes de transfert de temps (TWSTFT et GNSS) effectuées entre horloges localisées sur le même site ou sur des sites différents. La localisation géographique des différents laboratoires participants à la réalisation du TAI est donnée dans la figure 1.2.



Figure 1.2 : Localisation géographique des différents laboratoires participants à la construction du TAI [13]

## 1.2 Horloges atomiques au LNE-SYRTE

La faisabilité des horloges à fontaine atomique [14][15] a été démontrée il y a maintenant plus de quinze ans, au début des travaux sur le refroidissement d'atomes par laser, tout d'abord avec des atomes de sodium à Stanford puis par le LNE-SYRTE en collaboration avec le LKB avec du césium. La première fontaine à césium à vocation métrologique a été construite par le LNE-SYRTE et fonctionne depuis fin 1993. Depuis, de nombreuses fontaines atomiques ont été développées par les laboratoires de métrologie de presque tous les pays industrialisés. Les prévisions de stabilité de fréquence de quelques  $10^{-14}$  sur une seconde de mesure et d'exactitude de l'ordre de  $10^{-16}$  sont, au laboratoire, quasiment atteintes. Le laboratoire dispose de trois fontaines atomiques différentes. La fontaine initiale (FO1) [16] a été récemment modernisée. La deuxième (FOM) [17] dérivée du prototype d'horloge pour l'expérience PHARAO est la seule au monde transportable et a servi à faire des mesures de la fréquence de la transition 1S-2S de l'hydrogène à Garching au Max Planck Institut für Quantum Optik. Elle a été transportée récemment au CNES pour les tests de l'horloge spatiale à Toulouse. La troisième (FO2) [18][19] est une fontaine atomique qui fonctionne simultanément avec des atomes de rubidium 87 et des atomes de césium (figure 1.3). Elle a déjà permis de montrer que le rapport des fréquences hyperfines du Rb et du Cs dérive de moins que  $5 \times 10^{-16}/\text{an}$ .

Des comparaisons avec des horloges utilisant d'autres atomes permettront à plus long terme de tester d'éventuelles variations de certaines interactions fondamentales. Depuis quelques années, les fontaines atomiques déterminent presque totalement l'exactitude de la seconde du SI.

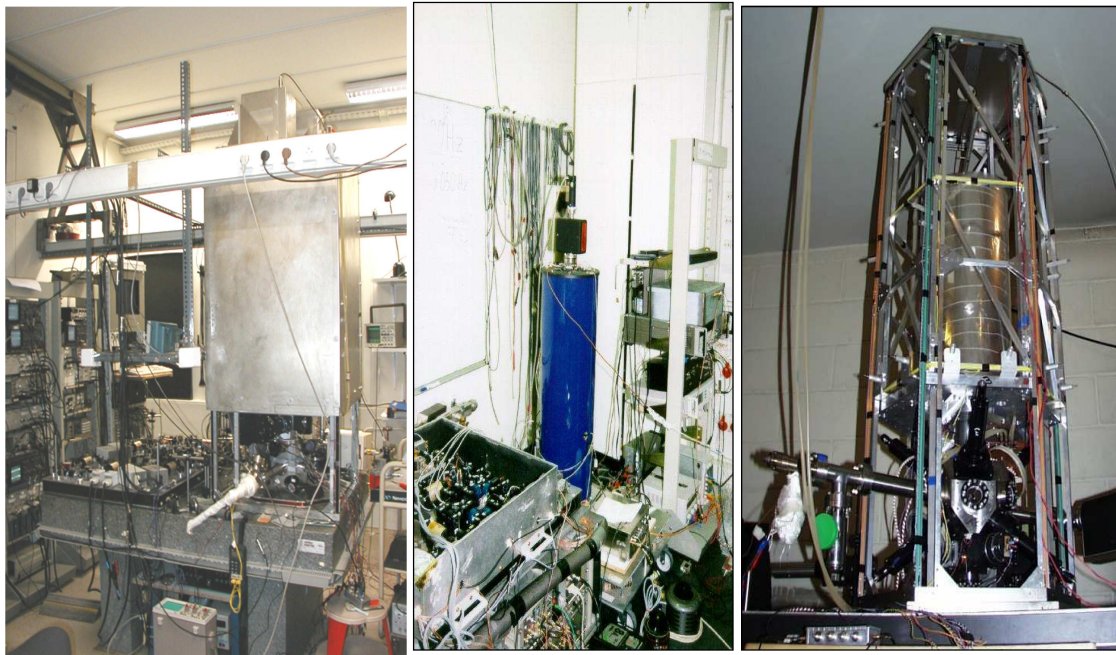


Figure 1.3 : Fontaines atomiques du LNE-SYRTE FO1 (exactitude  $4,0 \times 10^{-16}$ ), FOM (exactitude  $6,7 \times 10^{-16}$ ), FO2 (exactitude  $3,4 \times 10^{-16}$ )

### 1.3 Techniques de transfert temps et de fréquence

La comparaison de deux horloges vise à déterminer leur écart en temps et/ou leur écart en fréquence. Il s'agit dans le premier cas, d'un transfert de temps et dans le second d'un transfert de fréquence.

Actuellement, les techniques de comparaisons d'horloges par satellites sont les plus répandues du fait de leur exactitude et fiabilité. Cependant, plusieurs études expérimentales présentent des résultats prometteurs en utilisant les liens fibrés pour assurer ces comparaisons.

Cette partie présente différentes techniques de comparaisons d'horloges tout en les classant en deux catégories : les méthodes une voie et les méthodes deux voies. En effet, le transfert une voie est une méthode passive puisqu'elle fait appel à une horloge intermédiaire qui émet des signaux vers les deux horloges en comparaison alors que cette dernière joue le rôle d'un relais dans le cas d'un transfert deux voies. Celle-ci étant une technique active qui repose sur la combinaison de deux transferts une voie puisque les deux horloges en comparaisons émettent et reçoivent leurs signaux avec comme avantage l'élimination de tous les effets du premier ordre dus à la réciprocité des trajets des signaux.

#### 1.3.1 Méthodes de transfert de temps et de fréquence une voie

La méthode utilisant les systèmes de radionavigation par satellite est la méthode de transfert de temps-fréquence une voie la plus répandue permettant la comparaison d'horloges

atomiques distantes en vues communes ou en vues non communes. Les principaux systèmes GNSS [20] sont donnés dans cette partie en se focalisant particulièrement sur les deux systèmes GPS et GLONASS vu qu'ils participent au calcul du TAI.

### 1.3.1.1 GPS (Global Positioning System)

Le système GPS [21][22] est un système militaire Américain initié par le département de la Défense des États-Unis en 1958. Après quelques années, ce système fut ouvert au domaine civil.

Le GPS est utilisé dans plusieurs domaines parmi lesquels le domaine de la métrologie temps – fréquence étant un moyen essentiel de comparaison d'horloges atomiques permettant le calcul de TAI.

Il est constitué d'une constellation de 30 satellites de type NAVSTAR regroupés sur six plans orbitaux quasi-circulaires à 20 000 km d'altitude inclinés de 55°. Il est ainsi possible de voir entre 4 et 10 satellites de n'importe quel point du globe terrestre. Ces satellites, ayant une période de révolution de 12 h sidérales, émettent en permanence des signaux radioélectriques sur deux porteuses polarisées circulairement de fréquences L1 (1575,42 MHz) et L2 (1222,76 MHz). Ce flux d'information comporte des données (concernant leur orbite et des informations temporelles) datées avec une excellente exactitude à l'aide de deux horloges atomiques, l'une servant d'horloge de secours, dans chaque satellite. La porteuse L1 est modulée par deux codes : code P (Precise) chiffré sous forme d'un code Y réservé uniquement aux utilisateurs autorisés, de largeur de bande de 10,23 MHz et code C/A (Coarse Acquisition) librement accessible, de largeur de bande de 1,023 MHz. La porteuse L2 est modulée par le code P uniquement. Depuis 2005, la fréquence L2C et des fréquences dédiées aux applications militaires L1M et L2M ont été ajoutées aux signaux de la constellation. Depuis 2010, un nouveau signal L5 émis à 1,176 GHz a été ajouté également. Il a été conçu afin de répondre aux besoins de l'aviation civile et aux applications de "safety of life".

Le temps du GPS (GPS Time) est établi à partir d'un ensemble d'horloges atomiques coïncidant avec UTC(USNO) le 5 janvier 1980 à 0 h UTC.

Les signaux GPS utilisent un multiplexage en code CDMA (Code Division Multiple Access). En considérant le cas de vues communes (figure 1.4), on calcule l'écart de temps entre deux horloges en observant en même temps un satellite depuis deux sites différents comme suivant :

$$\begin{aligned}x_1(t) &= clock_1(t) - GPS\ time(t) \\x_2(t) &= clock_2(t) - GPS\ time(t)\end{aligned}$$

En calculant la différence entre ces deux mesures, l'écart de temps entre les deux horloges 1 et 2 est obtenu :

$$x_1(t) - x_2(t) = clock_1(t) - clock_2(t)$$

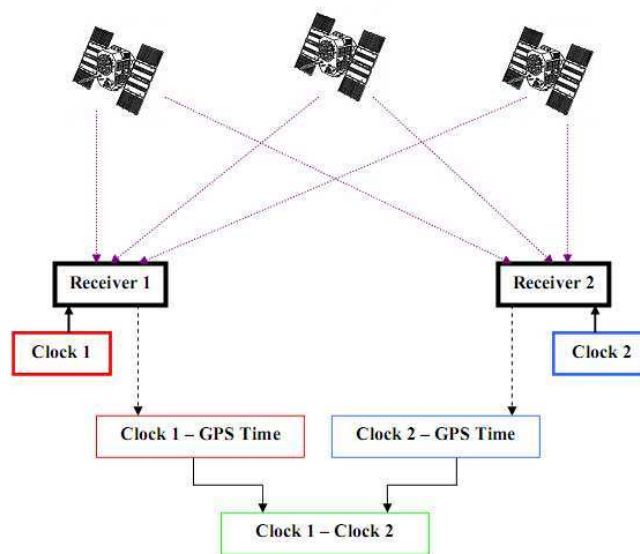


Figure 1.4 : Comparaisons d'horloges atomiques au sol par GPS

Comme la traversée de l'ionosphère retarde la propagation des signaux GPS et entraîne une dégradation sur les résultats de comparaisons d'horloges, la combinaison linéaire des codes P des deux fréquences L1 et L2 est utilisée dans le but de s'affranchir de cet effet, cette technique est appelée le GPS P3 [23].

Une autre technique, le GPS Carrier-Phase (CP), permet d'améliorer la stabilité court terme des liens GPS en s'appuyant sur des mesures de phase, celles-ci étant beaucoup moins bruitées que les mesures de code mais ambiguës [24].

La méthode PPP (Precise Point Positioning) se base sur l'acquisition du code et de la phase en utilisant les éphémérides et les corrections d'horloges précises fournies par l'International GNSS Service (IGS). Cette méthode fournit donc une stabilité court terme meilleur que celle du GPS code grâce à l'utilisation de la phase tout en maintenant l'exactitude du code [25].

L'exactitude de ces techniques est limitée de 2 à 3 ns pour les meilleurs liens [11].

### 1.3.1.2 GLONASS (GLObal NAVigation Satellite System)

GLONASS [26][27] est le système de positionnement russe, né durant la guerre froide dans les années 1980. Ce système s'appuie sur 24 satellites évoluant sur 3 plans orbitaux à une altitude de 19 100 km. Le segment sol est composé de 5 stations dont la principale se trouve à Krasnoznamensk dans la région de Moscou.

En 1995, les 24 satellites de la constellation étaient en orbite. Cependant, la disparition de l'Union Soviétique a entraîné la réduction des crédits alloués au système GLONASS. En 2000, seuls six satellites étaient toujours en état de fonctionnement. Plus tard, le gouvernement russe a autorisé la construction de deux nouvelles générations de satellites dont la durée de vie a été augmentée (7 à 8 ans). Actuellement, il ne manque plus que trois satellites pour que la constellation soit à nouveau complète.

Les signaux GLONASS utilisent un multiplexage en fréquence FDMA (Frequency Division Multiple Access). Tous les satellites transmettent les mêmes codes C/A et P mais avec des fréquences de porteuses différentes. Le système GLONASS est également utilisé dans le TAI et son échelle de temps propre tient compte des secondes intercalaires, contrairement au GPS.

### 1.3.1.3 Autres systèmes de radionavigation

D'autres systèmes de radionavigation existent, nous listons brièvement quelques-uns en invitant le lecteur à consulter les références citées pour plus de détails :

- GALILEO : système européen de radionavigation par satellite sous contrôle civil lancé par l'Union Européenne au début des années 2000 [28][29] ;
- BEIDOU : système chinois de radionavigation, la différence entre ce système et les systèmes décrits précédemment réside dans le fait que les 4 satellites de la constellation sont placés sur une orbite géosynchrone inclinée. En plus, des récepteurs actifs sont utilisés contrairement aux autres systèmes [30][31] ;
- IRNSS : projet de radionavigation par satellite indien qui sera lancé prochainement et couvrira tout le territoire local. Il comportera 7 satellites. La constellation est prévue être opérationnelle en 2014 [32] ;
- QZSS : système de positionnement par satellite complémentaire au GPS en cours de développement par l'agence spatiale Japonaise JAXA. Il sera composé de trois satellites régionaux qui évolueront au-dessus du Japon couplé à un système SBAS. Le lancement du premier satellite a eu lieu en 2010 et doit être opérationnel à partir de 2013 [33] ;
- EGNOS : système complémentaire au GPS développé par l'Agence Spatiale Européenne (ESA) [34][35] [36].

## 1.3.2 Méthode de transfert de temps et de fréquence deux voies

Cette partie décrit différents systèmes de comparaisons d'horloges par la méthode deux voies en s'appuyant essentiellement sur la technique TWSTFT.

### 1.3.2.1 Transfert de Temps par Lien Laser (T2L2)

Ce projet commun développé par l'OCA et le CNES a pour but de réaliser, entre autres, un moyen de transfert de temps au niveau de la picoseconde.

Le principe de l'expérience T2L2 [37][38][39] (figure 1.5) repose sur la propagation d'impulsions lumineuses de courte durée entre les stations laser via un satellite équipé de l'instrument embarqué T2L2 constitué d'un système de photo détection, d'un dateur et d'un dispositif de rétro-réflexion.

Chaque station émet des impulsions laser vers le satellite où le dispositif de rétro-réflexion renvoie le signal reçu vers la station. La station enregistre les dates de départ et de retour des impulsions. L'instrument T2L2 date leur instant d'arrivée à bord du satellite. Il permet ainsi la comparaison de deux horloges distantes: soit l'horloge embarquée sur le satellite et l'horloge de la station au sol, soit les deux horloges des stations. Le décalage de temps entre les horloges en comparaison est alors déduit en calculant la différence entre les mesures de chaque côté.

Dans le cas d'un transfert de temps en vues communes, les deux stations tirent sur le satellite dans le même intervalle de temps. Cependant, le bruit de l'horloge bord sur l'intervalle de



temps séparant les observations des deux stations doit être pris en considération dans le cas de transfert de temps en vues non communes. Un des principaux objectifs de cette technique est d'achever un transfert de temps avec une stabilité de l'ordre de 1 ps à 1000 s et 10 ps à 1 d et une incertitude inférieure à 200 ps. Cependant, les premières expériences ont démontré une stabilité temporelle de 30 ps à 1000 s et de 9 ps à 1 d [37].

Un des inconvénients majeurs de la technique T2L2 se situe dans le fait que son utilisation et ses performances sont sensibles aux conditions météorologiques.

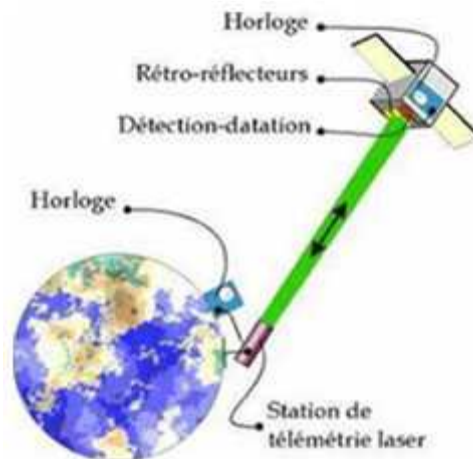


Figure 1.5 : Comparaison d'horloges atomiques par T2L2 [40]

### 1.3.2.2 Transfert de temps et de fréquence par fibre optique

Un lien optique est constitué d'une fibre optique dans laquelle un laser stabilisé en fréquence est injecté. Le signal transféré est constitué de la phase du laser [41]. Plusieurs travaux de recherches s'appuient sur l'utilisation des réseaux publics de télécommunication par fibres optiques pour la comparaison d'horloges atomiques distantes [42][43][44].

Cette méthode a révélé des performances prometteuses sur une distance de plusieurs centaines de kilomètres, meilleure que celle des méthodes de comparaisons d'horloges actuelles par liens satellitaires, malgré que les fibres utilisées soient dédiées aux télécommunications et que les mesures sont réalisées parallèlement à un flux d'information haut débit. Ceci a motivé la mise en place en cours d'un réseau national basé sur le même principe permettant de distribuer une fréquence ultra-stable vers les laboratoires français qui souhaitent utiliser des mesures de fréquences de grande précision (figure 1.6).

Cette technique possède plusieurs applications comme la mesure de constantes fondamentales, la spectroscopie moléculaire, l'interférométrie atomique, les tests de liens satellitaires, et autres. Une application de la technique deux voies sur un lien fibré est présentée dans le chapitre 6.





Figure 1.6 : Tracé de l'infrastructure fibrée nationale proposé dans [41]

### 1.3.2.3 Lien Micro-ondes de la mission ACES

ACES [45][46] est un instrument de l'ESA qui sera embarqué à bord de la station spatiale internationale en position externe dont le lancement est prévu en 2014.

Le lien micro-ondes MWL [47] de la mission ACES constitue le moyen principal de comparaisons d'horloges atomiques ultra-stable incluses dans sa charge utile à des horloges terrestres (et en deuxième temps comparer des horloges au sol).

Les deux horloges installées à bord de la station spatiale sont : PHARAO [48], une horloge à césium froid en cours de développement qui produira un signal de 100 MHz avec une exactitude de fréquence relative de  $10^{-16}$  et SHM, une horloge maser à hydrogène développée par l'Observatoire de Neuchâtel (Suisse).

Le transfert de temps se fait en utilisant une méthode deux voies avec trois fréquences distinctes dont deux en bande Ku. L'utilisation des signaux de fréquence montante et de fréquences descendantes entre les stations terrestres et la station spatiale permettra d'annuler l'effet Doppler du premier ordre ainsi que le délai troposphérique. Pour la comparaison des horloges sol, la stabilité du lien est prévue atteindre environ 0,3 ps à 300 s en vue commune et environ 7 ps à 1 d en vue non commune [47] avec une incertitude de l'ordre de 100 ps [49].

### 1.3.2.4 Two Way Satellite Time and Frequency Transfer (TWSTFT)

Ce moyen de comparaison très efficace [50] est utilisé par les laboratoires qui en sont équipés afin de contribuer à la réalisation du TAI [51]. C'est grâce à ce moyen que les incertitudes des écarts (UTC-UTC(k)) sont les plus faibles, telles qu'elles sont calculées et publiées par le BIPM.

Cette technique a comme avantage l'élimination des retards atmosphériques et les retards dus au répéteur de satellite ainsi que les effets dus au mouvement du satellite. Par contre, elle est plus coûteuse que les techniques GNSS. Un autre inconvénient de cette technique, est la présence d'un effet diurne qui cause des oscillations d'amplitude de 1 à 3 ns et dont l'origine n'a pas été déterminée jusqu'à présent. Cette partie décrit la technique TWSTFT actuellement

opérationnelle d'une manière plus explicite que les techniques décrites précédemment, et présente deux approches visant à améliorer ses performances

#### 1.3.2.4.1 Méthode TWSTFT utilisant un simple code pseudo aléatoire de bruit

Dans cette partie, le principe de la méthode TWSTFT utilisant un simple code pseudo-aléatoire de bruit est développé mettant en évidence tous les paramètres ayant une influence sur la performance de la méthode. Nous présentons également des résultats de comparaison d'horloges distantes très intéressants montrant les capacités et les limites réelles de cette technique.

##### Principe de la méthode

Cette technique [52] permet de comparer des horloges atomiques distantes au sol par liaisons micro-ondes via un satellite géostationnaire de télécommunications, servant de relais, sans faire appel à une horloge intermédiaire. Les signaux de temps de type 1 pps sont émis par l'horloge atomique pilotant la station deux voies équipée par un modem SATRE qui génère une séquence de code pseudo aléatoire de bruit à 1 MChips/s modulant une porteuse intermédiaire de fréquence 70 MHz.

Les stations émettent leur signal d'horloge en même temps, ce signal est transmis à travers le satellite aux autres stations. Les comparaisons s'effectuent en utilisant la technique CDMA qui permet à toutes les stations d'émettre un signal avec la même fréquence sur le lien micro-onde en attribuant à chacune un code différent. A l'aide d'un compteur d'intervalle de temps, chaque station mesure le décalage temporel entre le signal émis et le signal reçu de l'autre station. La différence de temps entre les deux horloges est calculée par combinaison des mesures effectuées de chaque côté.

Le principe de la technique TWSTFT est représenté dans la figure 1.7.

D'après cette figure,  $T_1$  et  $T_2$  sont les deux échelles de temps au point de référence 1 pps TX de la station 1 et la station 2 respectivement.

$\tau_{21}$  et  $\tau_{12}$  sont les retards dans le répéteur du satellite des signaux émis par les deux stations.

$\tau_{R1}^U$ ,  $\tau_{R1}^D$ ,  $\tau_{R2}^U$  et  $\tau_{R2}^D$  décrivent les retards dus à l'effet Sagnac.

$\tau_1^{Tx}$ ,  $\tau_1^{Rx}$ ,  $\tau_2^{Tx}$  et  $\tau_2^{Rx}$  représentent les retards dans les équipements des stations terriennes sur les trajets d'émission et de réception.

$\tau_1^U$ ,  $\tau_1^D$ ,  $\tau_2^U$  and  $\tau_2^D$  désignent les retards dus à la propagation atmosphérique sur les trajets montant (station-satellite) et descendant (satellite-station).

En effet le compteur d'intervalle de temps de la station 1 mesure :

$$\Delta T_1 = T_1 - T_2 + \tau_2^{Tx} + \tau_2^U + \tau_{R2}^U + \tau_{12} + \tau_1^D + \tau_{R1}^D + \tau_1^{Rx} \quad (1.11)$$

Le compteur d'intervalle de temps de la station 2 mesure :

$$\Delta T_2 = T_2 - T_1 + \tau_1^{Tx} + \tau_1^U + \tau_{R1}^U + \tau_{21} + \tau_2^D + \tau_{R2}^D + \tau_2^{Rx} \quad (1.12)$$

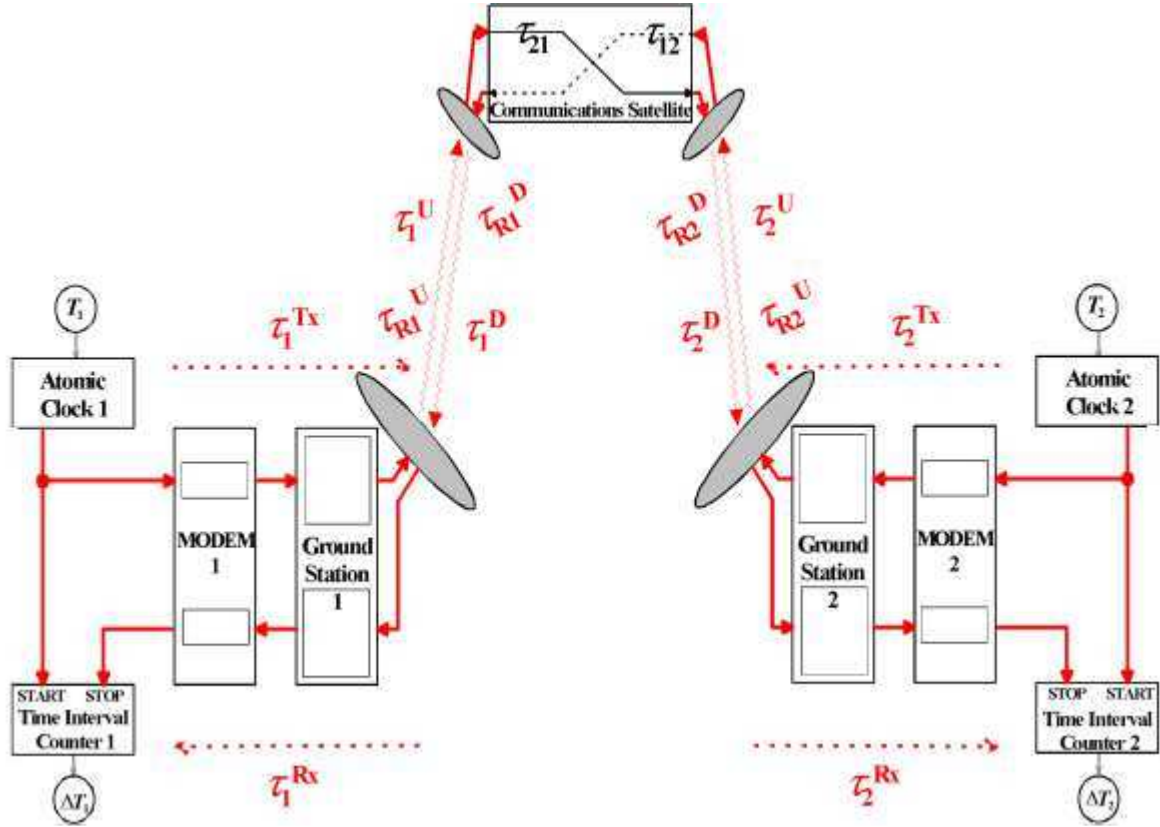


Figure 1.7 : Principe de la technique TWSTFT de comparaison d'horloges atomiques distantes au sol en utilisant un satellite géostationnaire

A l'aide de ces deux mesures, l'équation de la différence des deux échelles de temps est obtenue [53] :

$$T_1 - T_2 = \frac{1}{2}(\Delta T_1 - \Delta T_2) + \frac{1}{2}[(\tau_1^{Tx} - \tau_1^{Rx}) - (\tau_2^{Tx} - \tau_2^{Rx})] + \frac{1}{2}[(\tau_1^U - \tau_1^D) - (\tau_2^U - \tau_2^D)] + \frac{1}{2}(\tau_{21} - \tau_{12}) + \frac{1}{2}[(\tau_{R1}^U - \tau_{R1}^D) - (\tau_{R2}^U - \tau_{R2}^D)] \quad (1.13)$$

On en déduit que la différence entre deux échelles de temps se réduit à une demi différence de mesures d'intervalles de temps, cette mesure étant entachée d'erreurs clairement identifiées liées à la non réciprocity des trajets des signaux radioélectriques. Ces derniers sont alors déterminés, négligés ou annulés par différents moyens (calculs, étalonnage).

D'autre part, le raccordement aux échelles de temps nationales UTC(k) à comparer (k étant l'acronyme du laboratoire) est déduit à partir de l'équation horaire de la méthode deux voies, chaque échelle de temps étant déterminée d'une façon indépendante dans chaque laboratoire. Dans le cas général, la relation entre deux échelles de temps est exprimée de la manière suivante :

$$UTC(1) - UTC(2) = (T_1 - T_2) + (\tau_1^{REF(1)} - \tau_2^{REF(2)}) \quad (2.4)$$

$\tau_1^{REF(1)}$  et  $\tau_2^{REF(2)}$  désignent le retard de la chaîne de l'échelle de temps propre à chaque laboratoire.

Ils sont déterminés de la manière suivante :

$$\tau_1^{REF(1)} = [UTC(1) - CLK(1)] + [CLK(1) - REF(1)] + [REF(1) - 1ppsTX(1)] \quad (2.5)$$

$$\tau_2^{REF(2)} = [UTC(2) - CLK(2)] + [CLK(2) - REF(2)] + [REF(2) - 1ppsTX(2)] \quad (2.6)$$

Le terme  $REF(1) - 1ppsTX(k)$  représente le retard entre le signal 1 pps IN à l'entrée du modem et le signal 1 pps TX au niveau du compteur d'intervalles de temps de la station k. Le terme  $(CLK(k) - REF(k))$  représente le retard entre le signal 1 pps de l'horloge intermédiaire CLK pilotant la station k et le signal 1 pps IN présent à l'entrée du modem.

Le paramètre  $(UTC(k) - CLK(k))$  représente le retard entre le signal 1 pps généré par l'échelle de temps du laboratoire k et le signal 1 pps de l'horloge intermédiaire pilotant la station k. Au cas où l'échelle de temps du laboratoire pilote directement la station, UTC (k) serait égale à CLK(k), ce paramètre serait donc éliminé.

## Principaux résultats obtenus

Nombreux sont les résultats obtenus par la méthode TWSTFT depuis sa mise en œuvre opérationnelle dans les laboratoires à ce jour et il est quasi impossible de les reporter tous ici. Pour cette raison, nous nous contentons de considérer dans ce chapitre un des résultats originaux de l'époque issus d'une campagne de comparaison d'horloges distantes conduites en 2004 par des laboratoires de métrologie européens (PTB, NPL, INRIM, LNE-SYRTE) et américains (NIST), avec des contributions importantes apportées par le BIPM (dans le calcul des données GPS P3) et l'AIUB (dans le calcul des données GPS Phase), les laboratoires ayant traité eux-mêmes les données TWSTFT. La figure 1.8 est extraite de l'article [54] publié dans Metrologia, elle présente une comparaison en termes de stabilité de fréquence sous forme d'un écart type d'Allan modifié d'un lien, entre deux systèmes de mesure indépendants et trois techniques mises en œuvre : le GPS phase, le GPS P3 et le TWSTFT évaluées sur le lien OP-NPL.

D'après cette figure, le bruit des horloges est atteint au bout de 2 jours par GPS P3, 0,6 jour par TWSTFT et 0,3 jour seulement par GPS phase, suite au passage d'une pente en  $\tau^{-1}$  caractéristique de bruit de scintillation de phase à une pente  $\tau^0$  caractéristique de bruit de scintillation de fréquence.

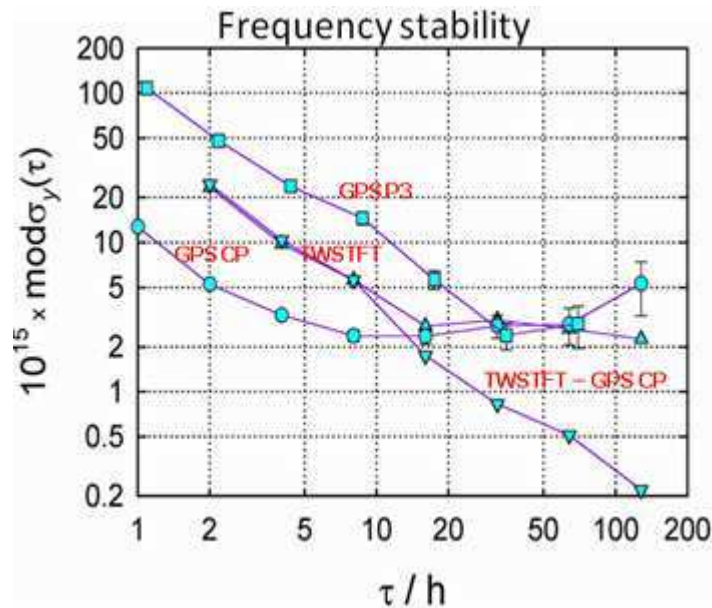


Figure 1.8 : Comparaison de deux systèmes de mesure indépendants mettant en œuvre trois techniques : TWSTFT (2,5 MChips/s), GPS P3 et GPS Carrier-Phase (GPS CP) ; application au lien OP-NPL issu d’une campagne de mesure conduite en 2004

D’autres résultats aussi intéressants ont bien évidemment été obtenus par d’autres laboratoires équipés de systèmes multi techniques ; on note également des possibilités atteintes sur le lien OP-NIST en 2009, où une stabilité de fréquence de  $8 \times 10^{-16}$  à 1 d a été obtenue en utilisant des codes PRN à 2,5 MChips/s, à l’aide d’un satellite de la constellation d’Intelsat en bande Ku [55].

Plusieurs travaux de recherches visent à améliorer les performances actuelles des liens two-way parmi lesquelles les deux approches citées ultérieurement.

#### 1.3.2.4.2 Méthode TWSTFT utilisant un double code pseudo aléatoire de bruit

Cette approche, en phase de développement, a été lancée par l’institut national de l’information et la communication NICT dans le but d’améliorer l’exactitude et la stabilité de la technique TWSTFT actuellement opérationnelle avec le coût le plus réduit possible [56].

##### Principe de la méthode

L’incertitude de mesure de la technique TWSTFT peut atteindre 1 ns pour un code de 2,5 MChips/s [57]. Or, l’amélioration de l’incertitude de mesure nécessite l’augmentation de la largeur du code qui à son tour exige une augmentation de la largeur de bande passante à bord du satellite dont le coût est assez élevé.

Donc, dans le but d’améliorer l’incertitude de mesure de la méthode deux voies avec le moindre coût possible, le NICT a développé un nouveau modem utilisant un double code pseudo aléatoire de bruit.

Le système ainsi conçu n'est pas coûteux. Le modem est basé sur la radiocommunication et composé des équipements suivants :

- Convertisseur analogique numérique
- Ordinateur
- Générateur de signaux

En effet, l'idée principale de cette technique provient de la porteuse décalée binaire BOC (Binary Offset Carrier) utilisée dans GALILEO et GPS [58]. La BOC est générée en utilisant une modulation carrée SWM (Square Wave Modulation) avec un code pseudo aléatoire de bruit. Le signal ainsi produit est décalé dans le domaine fréquentiel selon la fréquence de l'onde carrée.

L'utilisation d'une paire de code en bande étroite de fréquence différente permet de réduire la largeur de bande passante occupée sur le répéteur de satellite. Pour réaliser un double code pseudo aléatoire de bruit, le principe est le même sauf que dans ce cas la porteuse est une onde sinusoïdale au lieu d'une onde carrée. Les bandes latérales sont ensuite filtrées. Le spectre du signal sera donc divisé en deux parties. La largeur de bande passante est donc obtenue en calculant la somme des bandes passantes correspondantes aux deux codes (pour plus de détail voir [56]).

Par ailleurs, il a été démontré que l'erreur due à l'utilisation du code dépend de la fréquence de porteuse et non pas de la largeur du code pseudo aléatoire de bruit comme c'est le cas pour la technique deux voies utilisant un simple code. Par conséquent, l'utilisation d'un double code pseudo aléatoire de bruit ayant une faible largeur mais une fréquence de porteuse élevée permet d'améliorer l'incertitude de mesure tout en réduisant le coût de location de la bande passante au bord du satellite.

### **Résultats publiés et performances obtenues**

Un premier test en colocation utilisant un double code pseudo aléatoire de bruit a été réalisé en 2006 via le satellite JCSAT 1B. En 2008, un second test a été effectué en utilisant le satellite IS-8 entre deux sites distants de 500 m pilotés par la même horloge [59]. Suite à ces tests, cette méthode a révélé une incertitude de mesure 20 fois inférieure que celle de la méthode deux voies actuellement opérationnelle. Ceci revient à l'utilisation d'une fréquence de porteuse élevée.

Un lien entre le NICT basé à Tokyo et TL (Telecommunication Laboratories) basé à Taiwan, les deux laboratoires étant distants de plus que 2000 km, a été établi [60] dans le but de comparer UTC(NICT) et UTC(TL) via le satellite INTELSAT-8. La différence entre les deux UTC(k) a été calculée en utilisant trois techniques : GPS PPP, TWSTFT avec un simple code et TWSTFT avec un double code.

Les résultats de ces tests ont montré une stabilité à court terme de cette technique comparable à celle du GPS PPP, ainsi qu'une réduction de l'effet diurne présent dans les résultats de mesures effectuées par la méthode deux voies classique utilisant un simple code. En revanche, cette étude n'est pas encore achevée et nécessite plus d'amélioration et d'investigation vu que

des sauts, dont la cause n'a pas encore été connue, d'amplitude de centaines de picosecondes ou parfois de quelques nanosecondes ont été observés dans les mesures [61].

#### **1.3.2.4.3 Méthode TWSTFT utilisant la phase de la porteuse**

L'étude de l'utilisation de la phase dans la technique deux voies a été initiée par Timetech [62] dans le but de s'affranchir de l'impact du code sur les performances de la technique deux voies classique et d'améliorer la stabilité court terme de ses liens. En effet, la phase présente une précision meilleure que celle du code. Cependant, les mesures de code sont plus exactes d'où la limitation de l'amélioration sur le court terme.

#### **Principe de la méthode**

Cette méthode se base sur des mesures complémentaires de la phase des porteuses véhiculées par les signaux *two-way* visant à améliorer la stabilité à court terme des liens. Elle utilise les mêmes répéteurs de satellite comme pour la méthode classique (code), sans aucun équipement supplémentaire dédié installé à bord. Chaque station mesure la phase du signal reçu de l'autre station tout en prenant en considération le décalage dû à l'effet doppler ainsi qu'à la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite. Les paramètres inconnus résultant de ces deux décalages sont déterminés en utilisant un canal de réception supplémentaire verrouillé sur le signal propre de chaque site.

Ainsi, une approche deux voies phase a été développée par Timetech et l'USNO [63][64] en utilisant le modem SATRE (SATellite Time and Ranging Equipment). Les données mesurées par les modems sont des données de fréquences des signaux reçus par les deux stations. Le système ainsi conçu est capable de réduire le bruit de mesure de la méthode deux voies de 2 ou 3 ordres de grandeur par rapport aux signaux codés. Ainsi, à partir des mesures de code liées au signal aller-retour correspondant à chaque station, le décalage Doppler est déterminé.

Se basant sur cette approche, mon travail de thèse consiste à l'étude et au développement de la méthode deux voies phase dans notre laboratoire. Cette technique est présentée donc d'une manière plus explicite dans le chapitre 3 de ce manuscrit.

D'autre part, peu de laboratoires dans le monde travaillent sur le développement de la méthode *two-way* phase comme le NICT qui utilise ses propres modems permettant d'avoir accès directement aux mesures de phase et non de fréquence comme dans notre cas.

Les résultats liés à cette technique obtenus par d'autres laboratoires et publiés sont donnés dans le paragraphe suivant.

#### **Résultats publiés**

Les premiers tests de transfert de fréquence ont été effectués par Timetech en 1999 à l'aide de stations VSAT avec un code de largeur 10 MChips/s via un répéteur dédié fourni par la Société Européenne des Satellites (SES) [62]. Les résultats de mesures ont montré une stabilité à court terme de  $1,2 \times 10^{-12} / \tau^{1/2}$  pour  $\tau < 100$  s. Cette performance a motivé d'autres tests de transferts de fréquence par la technique deux voies phase qui ont été effectués entre

l'USNO (MC2) et le NIST (AOG3). Ces tests ont été assurés en temps réel en contrôlant à distance les modems de l'USNO et du NIST de Stuttgart par Timetech.

Par contre, ces tests ont été limités par l'utilisation d'un maser à hydrogène passif et un autre à hydrogène actif, par le câblage non optimisé dans les stations et les distributions des signaux ainsi que par l'utilisation des stations VSAT.

D'autres tests de transferts de fréquence par la technique deux voies phase ont été effectués entre l'USNO (MC2) et le NIST (AOG3). Ces tests ont été assurés en temps réel en contrôlant à distance les modems de l'USNO et du NIST de Stuttgart par Timetech.

Les premiers résultats de cette expérience qui a duré deux semaines, présentés dans [63], montrent qu'il est possible d'atteindre un niveau de bruit de 2 ps en un temps d'intégration égal à 1 s ainsi qu'une stabilité de fréquence de  $10^{-14}$  pour un temps d'intégration égal à 100 s. En effet, en comparant cette méthode à celle utilisant le code de la porteuse, le gain en performance en termes de stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart type d'Allan modifié (MDEV) est évident :

- MDEV (phase du code à 2,5 MChips/s) =  $3,67 \times 10^{-10}$  à 1 s
- MDEV (phase du code à 20 MChips/s) =  $6,21 \times 10^{-11}$  à 1 s
- MDEV (phase de la porteuse à 2,5 MChips/s) =  $2,12 \times 10^{-12}$  à 1 s

En 2005, des tests deux voies phase réalisés en collocation à l'USNO publiés dans [64], ont donné une stabilité de fréquence de  $4,13 \times 10^{-13}$  à 1 s et de  $4,5 \times 10^{-14}$  à 100 s. Cependant une dégradation du lien est détectée à 500 s.

Toutefois, ces limitations observées, ont été liées principalement aux modems (bruit résiduel de  $2 \times 10^{-13}$  à 1 s), et aux effets atmosphériques (troposphériques, ionosphériques) [64].

Ces travaux demeurent dans l'état de développement et des recherches complémentaires restent à mener, ce qui constitue en grande partie les travaux présentés dans ma thèse.

D'autre part, les mesures deux voies phase effectuées par le NICT en utilisant ses propres modems sur un lien de longueur 150 km [65] ont montré une stabilité de fréquence de  $4 \times 10^{-13}$  à 1 s. Après un temps d'intégration égal à 100 s, ce lien atteint une stabilité de  $2,5 \times 10^{-14}$ . Aucune dégradation de stabilité n'a été observée (stabilité de fréquence de  $5 \times 10^{-15}$  à 1000 s).

Ces tests ont donné les meilleurs résultats obtenus par l'application de la technique deux voies phase jusqu'à présent.

## Conclusion

Ce chapitre rappelle de façon succincte, sans être exhaustif, l'évolution des différentes échelles de temps et leurs propriétés. Depuis 1967, le Temps Atomique International est devenu l'échelle de temps papier calculé par le BIPM à partir de comparaisons d'horloges



atomiques en s'appuyant pratiquement sur des moyens satellitaires comme les systèmes GNSS (essentiellement GPS aujourd'hui) et les systèmes TWSTFT.

La technique TWSTFT démontre, depuis plusieurs années, des performances de stabilité et d'exactitude lui permettant d'apporter une amélioration considérable dans la construction de l'échelle de temps internationale UTC, à travers la réalisation par le BIPM du TAI. Elle constitue une technique alternative et indépendante du système GNSS en général, et du système GPS en particulier. C'est bien grâce à cette technique que le raccordement des UTC(k) à UTC, tel que cela est réalisé par le BIPM, affiche une incertitude combinée inférieure à 2 ns pour les liens les plus stables, en termes de bruit de phase et de fréquence.

Toutefois cette performance ne constitue pas l'état de l'art des différentes techniques mais donne une indication réelle des applications opérationnelles courantes (publications mensuelles du BIPM *Circular T* et publications ponctuelles des travaux de comparaisons d'horloges organisées par les laboratoires nationaux de métrologie).

En revanche la méthode GPS-phase (ou encore GPS PPP) démontre des performances de stabilité à court terme (1 s) et moyen terme (0,5 d) meilleure que toutes les techniques opérationnelles utilisant le code (GPS et TWSTFT) et présente la plus faible composante d'incertitude statistique ; cependant sa composante d'incertitude systématique reste élevée par rapport au TWSTFT code. C'est ainsi que le BIPM a décidé d'appliquer dans son calcul de raccordement des UTC(k) à UTC, à partir du 1<sup>er</sup> janvier 2011, une méthode combinée (TWSTFT code + GPS PPP) qui permet de profiter des avantages des deux techniques, lorsque cela est possible.

Mon travail de thèse démarré en octobre 2009, a porté sur le développement de la méthode TWSTFT phase, un choix de base du laboratoire, avec comme objectif affiché l'amélioration de la stabilité à court terme du lien et qui permettrait d'atteindre un niveau de bruit de quelques  $10^{-16}$  à 1 d. Ce travail a été initié par une étude sur l'évolution des liens TWSTFT code durant les cinq dernières années. Enfin, une application très prometteuse de la technique 2 voies dans les fibres optiques a été initiée au laboratoire et à laquelle j'ai apporté ma contribution durant ma dernière année de thèse.

## Références bibliographiques

- [1] C. Thomas, P. Wolf, P. Tavella, Time scales, Monographie 94/1, BIPM, 1994
- [2] FICC ISO OIML UICPA UIPPA BIPM, CEI, Guide pour l'expression de l'incertitude de mesure, ISO, 1995.
- [3] C. Audoin, B. Guinot, Les fondements de la mesure du temps, Edition Masson, 1998
- [4] J. Jandaly, Une histoire illustrée de la mesure du temps, Edition Vuibert, 2009.
- [5] Gibson Bros, Proceedings of the International Conference for the adoption of a single prime meridian and a universal time, Washington, DC, 1884.
- [6] D. McCarthy, Astronomical time, Proceedings of the IEEE: Special Issue on Time and Frequency, July, 1991.
- [7] 13<sup>ème</sup> conférence Générale des Poids et Mesures 1967-1968, Résolution1 ; CR, 103, Metrologia 4, 43, 1968.
- [8] Le Système international d'unités, 7e édition, Disponible sur le site du BIPM, [http : //www.bipm.org](http://www.bipm.org), 1998.
- [9] G. Petit., Atomic time scales TAI and TT (BIPM) : Present status and prospects, Proc. 7th Symposium on frequency standards and metrology, World Scientific, 475-482, 2009
- [10] Bulletin C 44: UTC time step on the 1st of July 2012 [sic], IERS EOP PC, Observatoire de Paris. <ftp://hpiers.obspm.fr/iers/bul/bulc/bulletinc.dat>, 7 August 2012.
- [11] Circular T 299, BIPM, <ftp://ftp2.bipm.org/pub/tai/publication/cirt.299>, November 2012.
- [12] G. Panfilo, E. F.Arias, Algorithms for International Atomic Time, IEEE UFFC, vol. 57, no. 1, 2010.
- [13] BIPM, <http://www.bipm.org/en/scientific/tai/tai.html>, April 2012.
- [14] A. Clairon, [http://syrt4.obspm.fr/tfc/h\\_fontaine.php](http://syrt4.obspm.fr/tfc/h_fontaine.php), 2010.
- [15] J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M.E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon and S. Bize, IEEE Trans. on Ultras., Ferro. and Frequ. Contr. 59, 391 <http://arxiv.org/pdf/1204.3621.pdf>, avril 2012.
- [16] A. Clairon, P. Laurent, G. Santarelli, S. Ghezali, S. Lea, and M. Ba-houra, A cesium fountain frequency standard: recent results, IEEE Trans. on Inst. and Meas., vol. 44, no. 2, p. 128, 1995.
- [17] P. Laurent, P. Lemonde, E. Simon, G. Santarelli, A. Clairon, N. Dimarcq, P. Petit, C. Audoin, and C. Salomon, A cold atom clock in absence of gravity, Euro. Phys. J. D, vol. 3, p. 201, 1998.
- [18] F. Chapelet, Fontaine atomique double de Césium et de Rubidium avec une exactitude de quelques  $10^{-16}$  et applications, Thèse de doctorat de l'université Paris 11, 2008.
- [19] J. Guena, P. Rosenbusch, P. Laurent, M. Abgrall, D. Rovera, G. Santarelli, M. Tobar, S. Bize, and A. Clairon, Demonstration of a dual alkali Rb/Cs fountain clock, Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on, vol. 57, no. 3, p. 647, 2010.
- [20] B. Holmann-Wellenhof, H. Lichtenegger, E. Wasle, GNSS – Global Navigation Satellite Systems – GPS, GLONASS and more, Edition Springer.
- [21] M. S. Braasch, A. J Van Dierendonck, GPS receiver architectures and measurements, IEEE UFFC, vol. 87, no. 1, 1999.
- [22] E. D. Kaplan, Understanding GPS: Principles and applications, Edition Artech House, ISBN: 101580538940.
- [23] P. Defraigne, G. Petit, Time transfer to TAI using geodetic receivers, Metrologia, Vol.40, pp 184-188, 2003.

- [24] J. Delporte, F. Mercier, D. Laurichesse, O. Galy, GPS Carrier Phase Time Transfer using single difference integer ambiguities, *International Journal of Navigation and Observation* (Hindawi Publishing Corporation), Volume 2008, Article ID 273785, doi:10.1155/2008/273785, 2008
- [25] G. Petit, A. Jiang, Precise point positioning for TAI computation, , *International Journal of Navigation and Observation* (Hindawi Publishing Corporation), 2008.
- [26] <http://www.glonass-ianc.rsa.ru/en/content/news/>
- [27] [http://legacy.icao.int/icao/en/assembl/a37/wp/wp195\\_fr.pdf](http://legacy.icao.int/icao/en/assembl/a37/wp/wp195_fr.pdf)
- [28] <http://www.esa.int/esaNA/galileo.html>
- [29] [http://www.esa.int/esaCP/SEM6AK3S18H\\_France\\_0.html](http://www.esa.int/esaCP/SEM6AK3S18H_France_0.html)
- [30] <http://www.globalsecurity.org/space/world/china/beidou.html>
- [31] <http://www.insidegnss.com/node/1848>
- [32] <http://www.irnssindia.com/>
- [33] [http://www.gpsworld.com/gnss-system/augmentation-assistance/qzss-japans-new-integrated-communication-and-positioning-service?page\\_id=1](http://www.gpsworld.com/gnss-system/augmentation-assistance/qzss-japans-new-integrated-communication-and-positioning-service?page_id=1)
- [34] <http://www.esa.int/esaNA/egnos.html>
- [35] [http://www.essp-sas.eu/introducing\\_egnos](http://www.essp-sas.eu/introducing_egnos)
- [36] <http://syrtre.obspm.fr/tfc/temps/temps-euro.php>
- [37] <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/5932-t2l2.php>
- [38] Ph. Guillemot, P. Exertier, E. Samain, F. Pierron, Ph. Laurent, M. Abgrall, J. Achkar, D. Rovera, K. Djerroud, S. Leon, Time transfer by laser link – T2L2- : First results of the 2010 campaign, *Proceedings of the 42<sup>nd</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting*, Reston, 2010.
- [39] E. Samain et al., T2L2 : Ground to ground Time Transfer, *European Frequency and Time Forum*, 2012.
- [40] <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/9539-st-2010-premier-transfert-de-temps-par-lien-laser-par-t2l2.php>
- [41] E. Camisard, Transferts de signaux d'horloge ultra-stables sur l'infrastructure DWDM de RENATER, *Les journées Réseau JRES*, Toulouse, 2011.
- [42] O. Lopez, A. Haboucha, F. Kéfélian, H. Jiang, B. Chanteau, V. Roncin, C. Chardonnet, A. Amy-Klein, G. Santarelli, Cascaded multiplexed optical link on a telecommunication network for frequency dissemination, *Opt. Express*, 18, 16849-16857, 2010.
- [43] K. Predehl, T. Udem, J. Alnis, H. Ronald, O. Terra, G. Grosche, S. Gesine, H. Schnatz, T.W. Harald, Long Haul Frequency Transfer between MPQ and PTB using a Telecommunication Fiber Link of 900 km Length, *Proceedings of the 24<sup>th</sup> European Frequency and Time forum (EFTF)*, Noordwijk, 2010.
- [44] S.C. Ebenhag, P.O. Hedekvist, Fiber Based One Way Time Transfer with Enhanced Accuracy", *Proceedings of the 24<sup>th</sup> European Frequency and Time forum (EFTF)*, Noordwijk, 2010.
- [45] L. Duchayne, Transfert de temps de haute performance : le lien micro-onde de la mission ACES, *Thèse de doctorat de l'Observatoire de Paris*, 2008.
- [46] <http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/8784-aces.php>.
- [47] P. Delva, F. Meynadier, P. Wolf, C. Le Poncin-Lafitte and P. Laurent, Time and frequency transfer with a microwave link in the ACES/PHARAO mission, 2012. <http://arxiv.org/pdf/1206.6239.pdf>.
- [48] Ph. Laurent, A. Clairon, P. Lemonde, G. Santarelli, C. Salomon, C. Sirmain, F. Picard, Ch. Delaroche, O. Grosjean, M. Saccoccio, M. Chaubet, L. Guillier, J. Abadie, *The space*

- clock PHARAO Functioning and Expected performances, Proceedings of joint meeting 17<sup>th</sup> EFTF – IEEE IFCS, Tampa, 2003.
- [49] Cacciapuoti L. ACES (Atomic Clock Ensemble in Space): Mission Status and Recent Test Results. In Proc. GPhyS "Kick-O\_" Colloquium, Les Houches, France, October 2009.
- [50] J. Achkar, P. Merck, Comparaisons d'horloges atomiques au sol par liaisons micro-ondes deux voies avec un satellite de télécommunications, *Revue française de métrologie* (6), pp. 9–24, 2006.
- [51] D. Calonico et al., Comparison between remote CS fountain primary frequency standards, 19<sup>th</sup> European Frequency and Time forum (EFTF), Besançon France.
- [52] P. Merck, Développement d'une station terrienne de comparaisons d'horloges atomiques par liaisons micro-ondes avec un satellite de télécommunications, Thèse de Doctorat, 2005.
- [53] The operational use of two-way satellite time and frequency transfer employing pseudorandom noise codes, Rec. ITU-R TF.1153-3, 2010.
- [54] A. Bauch et al., Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level, *Metrologia* 43(1), pp. 109-120, 2006.
- [55] V. Zhang et al., Two-way satellite time and frequency transfer using 1 MCHIP/S codes, 41<sup>st</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) System and Applications Meeting, 2009.
- [56] T. Gotoh, J. Amagai, Two-Way Time Transfer with Dual Pseudo-Random Noise Code, in Proc. 40<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) System and Applications Meeting, pp.459-466, 2008.
- [57] Télécommunications spatiales, I-bases théoriques, chapitre I.11 "calcul du bilan d'une liaison spatiale". Collection technique et scientifique des télécommunications CNET-ENST, Edition Masson, 1982.
- [58] J.W. Betz., The offset carrier modulation for GPS modernization, Proceedings of the 1999 National Technical Meeting of The Institute of Navigation, pages 639–648, 1999.
- [59] J. Amagai, T. Gotoh, Current Status of Two-Way Time and Frequency Transfer via Satellite, Proc. Asia-Pacific Workshop Time Freq., 2008.
- [60] T. Gotoh, J. Amagai, T. Hobiger, M. Fujieda, M. Aida, Development of a GPU based two-way time transfer modem, *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, vol. 60, no. 7, 2011.
- [61] Y. Huand et al., The Dual Pseudo-random noise TWSTFT time transfer experiment between NICT and TL, Proceedings of the Joint Meeting EFTF – IEEE IFCS, 2011.
- [62] W. Schafer et al., Extension of Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer Method to Real-Time Operation and Carrier Phase Measurements, Proceedings of the 1999 Joint Meeting EFTF – IEEE IFCS, Vol 1, pp.203ff, April 1999.
- [63] W. Schaefer, A. Pawlitzki, T. Kuhn, New trends in two-way time and frequency transfer via satellite, Technical report, Proceedings of the 31<sup>st</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, L. Breakiron (ed.). pp 505-514, 1999.
- [64] B. Fonville et al., Development of carrier-phase-based two-way satellite time and frequency transfer (TWSTFT), Technical report, Proceedings of the 36<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, L. Breakiron (ed.). pp. 149-164, 2005.
- [65] M. Fujieda et al., Carrier-phase-based Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer, submitted to *IEEE TUFFC*, 2012.



## Chapitre 2.

# Étude de l'impact du bruit de mesure sur la stabilité des liens deux voies code

### Introduction

La méthode TWSTFT est la méthode satellitaire opérationnelle la plus exacte utilisée pour les comparaisons d'échelles de temps (BIPM Circular T publications) [1]. Cependant, depuis quelques années, une dégradation des liens deux voies se traduisant par des problèmes de stabilité, d'interférence et d'augmentation de bruit de mesure court terme est observée.

Basé sur des observations faites sur une période de cinq ans, ce chapitre présente une étude des différents paramètres ayant eu un impact donné sur la dégradation des liens *two-way* à court et à moyen terme avec comme double objectif la détermination des facteurs pouvant améliorer les performances de la technique TWSTFT code et l'étude de l'environnement électromagnétique dans lequel la technique TWSTFT phase est développé.

### 2.1 Motivation de l'étude

Dans le passé, la stabilité de fréquence atteinte par les liens *two-way* était de l'ordre de  $1 \times 10^{-15}$  à 1 jour [2]. Or, la performance de ces liens s'est dégradée ces dernières années, notamment sur le réseau Européen, ce qui nous a amené à regarder de plus près les principaux paramètres influant sur la stabilité et le bruit de mesure des liens, en complément à une étude antérieure sur le sujet [3].

La figure 2.1 montre la variation du paramètre DRMS, observé sur les cinq dernières années, du signal de *ranging* (aller-retour) de OP, du lien Européen OP-PTB et du lien transatlantique OP-NIST ; le paramètre DRMS étant la valeur quadratique moyenne des valeurs résiduelles du lissage quadratique d'une série de mesures d'intervalles de temps affichés par le modem effectuées pour une durée de 120 s [4]. D'après cette figure, on constate que le DRMS s'est dégradé de façon significative avec le temps. On remarque également, que le DRMS correspondant au signal de *ranging* de OP est le plus élevé, cela revient à un problème d'interférences entre codes émis simultanément, le code 0 du signal émis par OP semble être plus sensible que les autres codes, ce problème a été résolu récemment et sera évoqué dans la partie 2.3.

Pour essayer de comprendre l'origine de cette dégradation ainsi observée, nous avons considéré les principales modifications de configurations qui ont eu lieu les cinq dernières années. Au cours de cette période, il y a eu deux changements de satellite, un changement de répéteur de satellite et récemment l'introduction d'offsets de fréquence appliqués sur les signaux micro-ondes émis par les stations.

Afin d'observer l'impact de chacune de ces modifications sur la stabilité des liens deux voies, la stabilité de fréquence du lien OP-PTB d'une part, et celle du lien OP-NIST d'autre part, sont présentées sous forme de variance d'Allan modifiée dans les figures 2.2 et 2.3 respectivement. Notons qu'un lissage quadratique est appliqué sur les données présentées dans ces deux figures afin d'éliminer la dérive des horloges maser utilisées par OP.

Cinq périodes différentes, d'environ 14 jours chacune, correspondantes aux différentes configurations ont été choisies. La première (du MJD 54410 au MJD 54424) est lorsque le satellite IS-707 était utilisé avec un code de 2,5 MChips/s et une bande passante (BP) égale à 3,5 MHz (noire). Au cours de la seconde période (du MJD 54507 au MJD 54521), le satellite IS-3R était utilisé, aucun changement n'a été fait au niveau du code ou de la bande passante. Cependant, la stabilité du lien s'était améliorée visiblement pour le lien OP-NIST, cela n'était pas le cas du lien OP-PTB. Ceci peut être lié au répéteur utilisé pour le lien européen qui présentait plus de bruit (nombre d'utilisateurs, signaux à puissance élevé...) que celui des répéteurs utilisés sur le lien transatlantique (rouge).

Nous avons aussi considéré la stabilité des liens *two-way* avec le satellite T-11N actuellement utilisé, avant changement de répéteur (du MJD 55740 au MJD 55751). Lors du passage du satellite IS-3R au T-11N, la largeur du code a été réduite à 1 MChips/s, de même que la bande passante, qui est passée à 2,5 MHz (bleue). Cette configuration a causé une nette dégradation de la stabilité de fréquence sur le lien Européen, ce qui n'est pas observable sur le lien transatlantique.

En plus, la période après le changement de répéteur du satellite T-11N (du MJD 55890 au MJD 55904) est illustrée sur la même figure. Aucun offset de fréquence n'a été appliqué, la largeur du code est restée la même mais la bande passante a été réduite à 1,7 MHz sur le lien Européen et à 1,6 MHz sur le lien transatlantique (vert). Cette configuration a entraîné une importante dégradation de stabilité du lien OP-NIST.

Enfin, nous présentons la stabilité de fréquence des liens pendant la configuration actuelle, c'est-à-dire en utilisant le même satellite T-11N et le nouveau répéteur mais avec application d'offsets de fréquence sur les deux liens Européen (du MJD 55935 au MJD 55949) et transatlantique (du MJD 55970 au MJD 55984) (rose).

Notons que pendant les deux premières périodes considérées, une horloge à Césium était utilisée du côté PTB alors que des horloges maser étaient utilisées des deux côtés OP et NIST. En ce qui concerne les trois autres périodes données, des horloges maser ont été utilisées par les trois laboratoires.

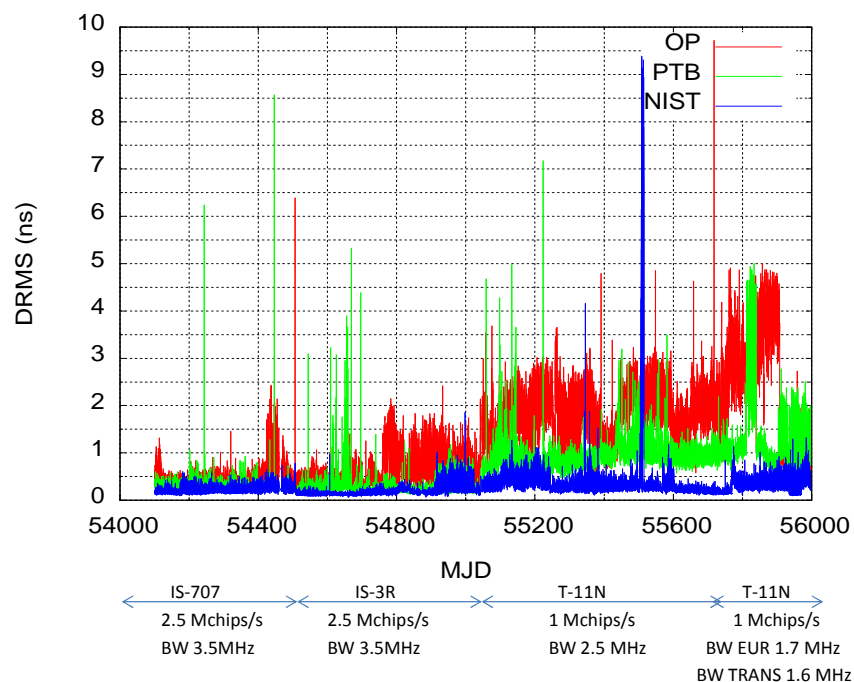


Figure 2.1: Evolution du paramètre DRMS des signaux PTB, NIST et OP reçus à OP au cours des cinq dernières années, en fonction d'événements précis (changement de satellite, de bande passante satellite ou de largeur de code)

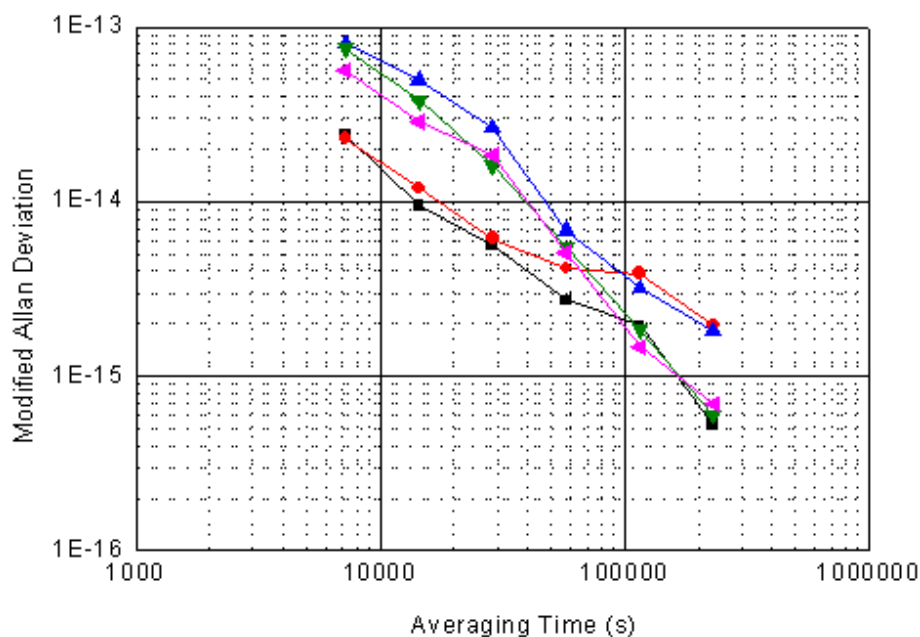


Figure 2.2: Stabilité de fréquence du lien OP-PTB tracée sur cinq périodes distinctes : IS-707 (en noir), IS-3R (en rouge), T-11N (en bleu, 2,5 MHz de bande passante satellite), T-11N (en vert, 1,7 MHz de bande passante satellite), T-11N (en rose, état actuel avec introduction d'offsets de fréquence)



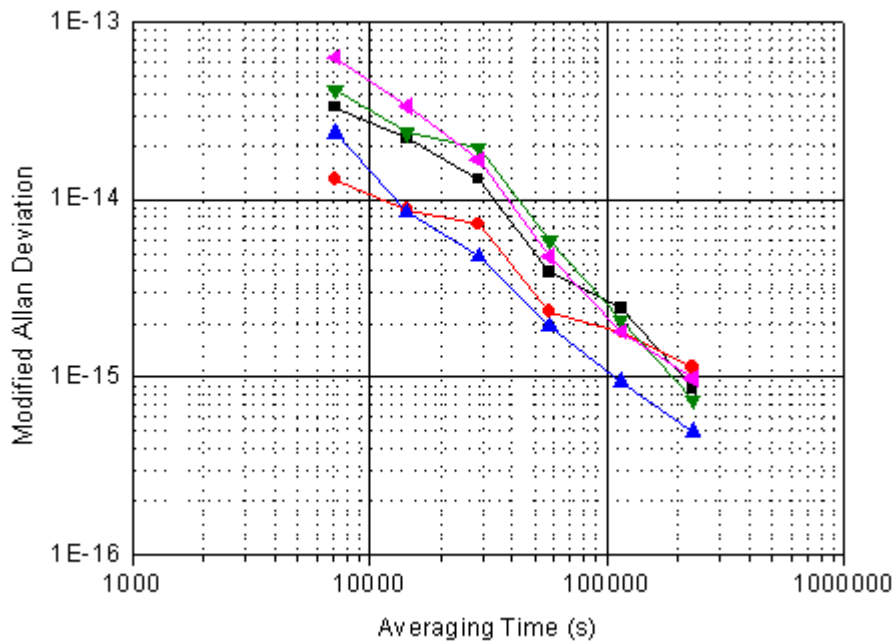


Figure 2.3: Stabilité de fréquence du lien OP-NIST sur cinq périodes distinctes : IS-707 (en noir), IS-3R (en rouge), T-11N (en bleu, 2,5 MHz de bande passante satellite), T-11N (en vert, 1,6 MHz de bande passante satellite), T-11N (en rose, état actuel avec introduction d'offsets de fréquence)

En comparant toutes les courbes de stabilité présentées dans ces deux dernières figures, on déduit qu'à présent, la dégradation de stabilité est clairement remarquable sur les deux liens. Cependant, nous nous intéressons en particulier au lien Européen. Dans ce qui suit, nous présentons une observation de l'impact des principales modifications de configuration telles que : le changement de satellite et du répéteur de satellite, l'offset de fréquence, la puissance émise et la variation de code sur la puissance reçue, le rapport signal à bruit, la stabilité des liens, les fluctuations du bruit résiduel à court terme et l'effet diurne.

## 2.2 Impact lié au changement de satellite ou de répéteur

Afin d'évaluer l'impact lié au changement de satellite ou de répéteur de satellite sur le bruit des liens deux voies, nous avons tracé le rapport signal à bruit [5] du signal de *ranging* de OP ainsi que la puissance reçue sur une période donnée pendant laquelle un changement a eu lieu.

D'après la figure 2.4, le rapport signal à bruit du signal de *ranging* de OP a conservé le même niveau après le premier changement de satellite alors que la puissance reçue a diminué de 12 dB. En ce qui concerne le second changement de satellite, la figure 2.5 montre que le rapport signal à bruit du signal de *ranging* a augmenté de 8 dB alors que la performance globale du système ne s'est pas améliorée à cause de la réduction de la largeur du code et de la bande

passante. Ceci apparaît clairement dans les figures 2.1 et 2.2 vu l'augmentation du niveau de DRMS et la dégradation de stabilité observée après changement de satellite. On conclut qu'un rapport signal à bruit élevé ne signifie pas nécessairement une amélioration de la stabilité du lien, vu la présence d'autres effets donnés dans le paragraphe suivant. On remarque également, dans les deux figures 2.4 et 2.5, que la signature du rapport signal à bruit présente une variation diurne dont la cause peut être liée au répéteur de satellite ou à d'autres origines qui nécessitent plus d'investigations dans le futur.

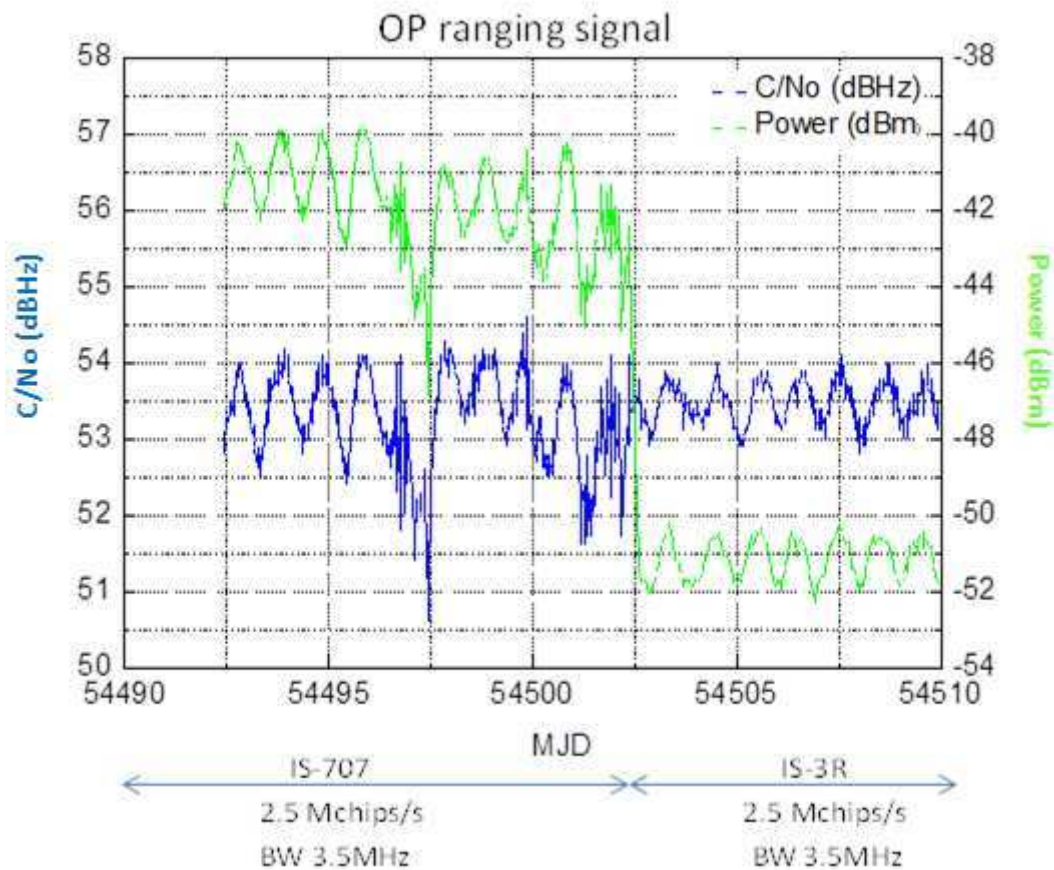


Figure 2.4 : Impact du changement de satellite sur le rapport signal à bruit et sur la puissance reçue du signal de *ranging* à OP

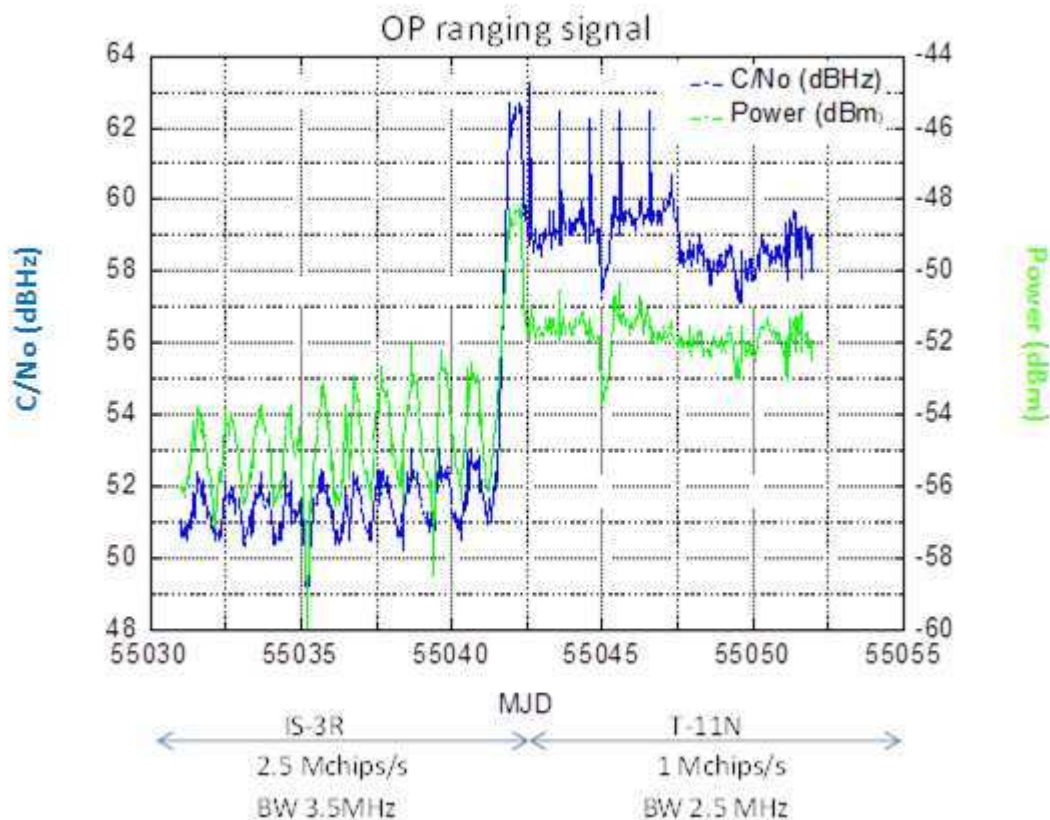


Figure 2.5: Impact du changement de satellite, de code et de largeur de code sur le rapport signal à bruit et sur la puissance reçue du signal de *ranging* à OP

### 2.2.1 Changement du répéteur du satellite

Un changement des répéteurs du satellite T-11N a eu lieu le 27 juillet 2011 (MJD 55769) suite au changement du fournisseur de la capacité satellite. Ce qui a entraîné la modification des fréquences micro-ondes sur les réseaux Européen et transatlantique (tableau 2.1).

Cette partie a pour objectif de mettre en évidence la dégradation significative du rapport signal à bruit sur le réseau Européen en vue d'analyser l'impact de la variation de ce paramètre sur nos mesures code.

Avant le changement de répéteur, et à des moments donnés de la journée avec une signature répétitive, une dégradation du rapport signal à bruit, de plus de 5 dB, des signaux reçus à OP est notée, ce phénomène est illustré dans les figures 2.6 et 2.7. Après cette date, une dégradation généralisée est observée. En revanche, la puissance reçue étant restée relativement identique pendant toute cette période, le bruit additif semble provenir de signaux externes au réseau TWSTFT. Les discussions avec le constructeur des modems SATRE (TimeTech) sur ce point ont permis de clarifier le calcul du rapport signal à bruit effectué par le modem, qui est basé sur une bande de fréquence plus large que la bande utile, ce qui peut expliquer, en partie, ce bruit additif. Le rapport signal à bruit est donné donc à titre indicatif et

ne tient pas compte des interférences entre codes ni changement de bande passante. Pour cette raison, il n'y a pas eu de corrélation observée entre le rapport signal à bruit et le DRMS qui paraît un paramètre plus significatif pour l'estimation de la qualité du transfert de temps effectué.

Tableau 2.1 : Fréquences micro-ondes sur le lien Européen avant et après changement de répéteur, en 2011

	Avant changement du répéteur de satellite	Après changement du répéteur de satellite
Fréquence sur le lien montant (MHz)	14304,720	14260,150
Fréquence sur le lien descendant (MHz)	11004,720	10960,150

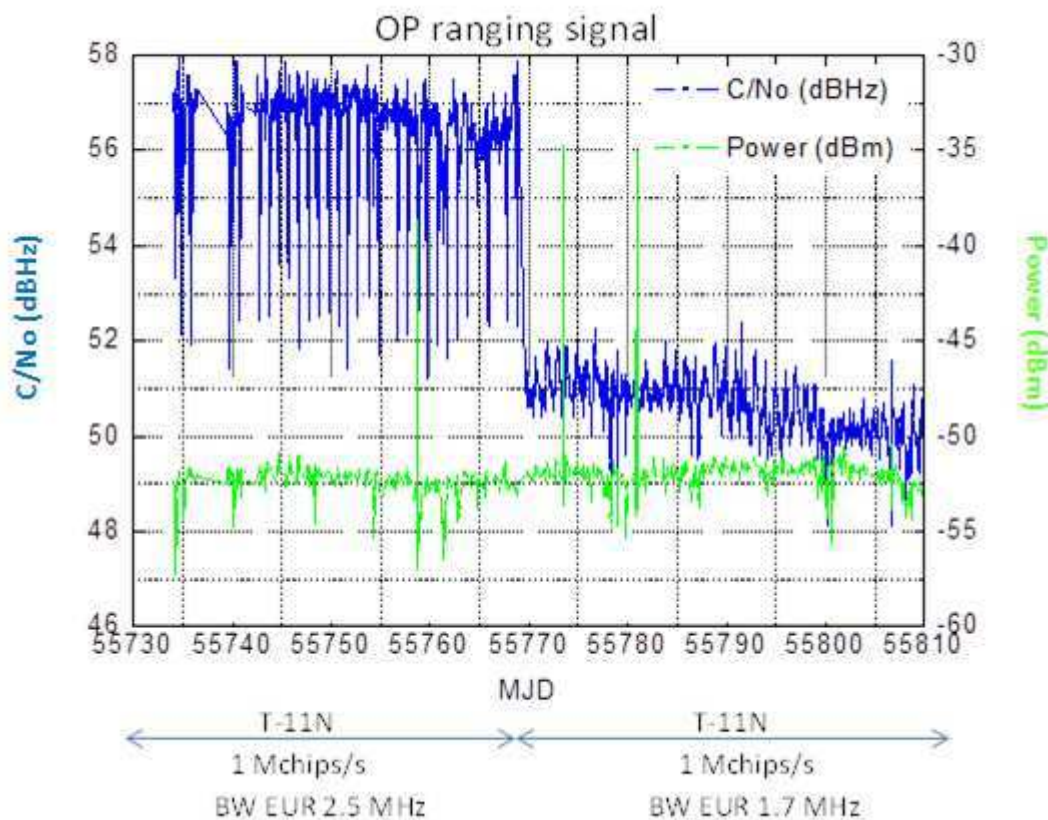


Figure 2.6 : Impact du changement de répéteur satellite et de largeur de bande passante satellite sur le rapport signal à bruit et sur la puissance reçue du signal de *ranging* à OP

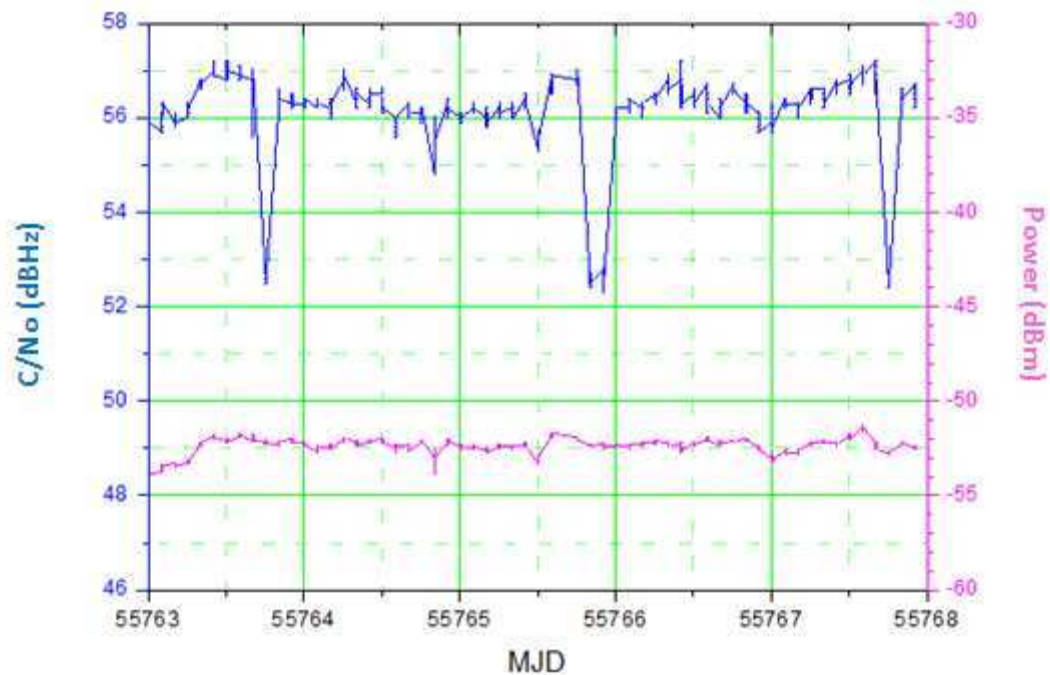


Figure 2.7 : Zoom de la figure 2.6 sur la variation du rapport signal à bruit et de la puissance reçue du signal de *ranging* relatif à OP, avant changement du répéteur de satellite

## 2.3 Impact lié à l'introduction d'Offsets de fréquence

Au niveau Européen, les sessions *two-way* sont programmées toutes les deux heures, les stations émettent simultanément leurs signaux d'horloges avec la même fréquence sur le lien micro-ondes en utilisant la technique CDMA. La durée nominale d'une série de mesures entre deux stations est de 120 s précédée d'une étape de configuration d'une durée de 60 s.

Cependant, l'usage des codes pseudo aléatoires de bruit à 1 MChips/s qui semblent ne pas être parfaitement orthogonaux a causé des problèmes d'interférences entre les signaux codés, générant des DRMS élevés.

Afin de résoudre ce problème, un offset de fréquence a été introduit par chaque station du réseau Européen à la date convenue du 15 décembre 2011. Pour chacune des stations, la valeur d'offset est introduite sur la fréquence intermédiaire d'émission par le modem selon le tableau 2.2.

Ainsi, avec l'introduction de l'offset de fréquence, une nette amélioration du paramètre DRMS a été observée, notamment pour le signal de OP dont le DRMS a été réduit d'un facteur 4, comme le montre la figure 2.8. Cela peut être justifié par le fait que le code 0 correspondant au signal de OP paraît plus sensible aux interférences causées par les autres codes émis simultanément par les autres stations. Cependant, des recherches plus poussées doivent être effectuées dans le futur pour confirmer cette hypothèse.



Les stabilités de fréquence de deux liens considérés ici, OP-IT et OP-ROA, illustrées sur la figure 2.9 présentent, une légère amélioration après application de l'offset de fréquence.

Tableau 2.2 : Offsets de fréquence, introduits sur le réseau Européen

Europe	Code	CC Offset [kHz]	TX Offset [kHz]
OP01	A	-20	-8.944
NPL01	B	0	0.000
VSL01	C	20	8.944
SP01	D	-40	-17.889
PTB01	E	40	17.889
OCA01	F	60	26.833
IT02	I	-60	-26.833
ROA01	K	-100	-44.721
TUG01	M	100	44.721
CH01	N	10	4.472
IPQ01	P	-10	-4.472
AOS01	Q	30	13.416
PTF101	R	-50	-22.361
PTF201	S	50	22.361
TIM01	T	-30	-13.416

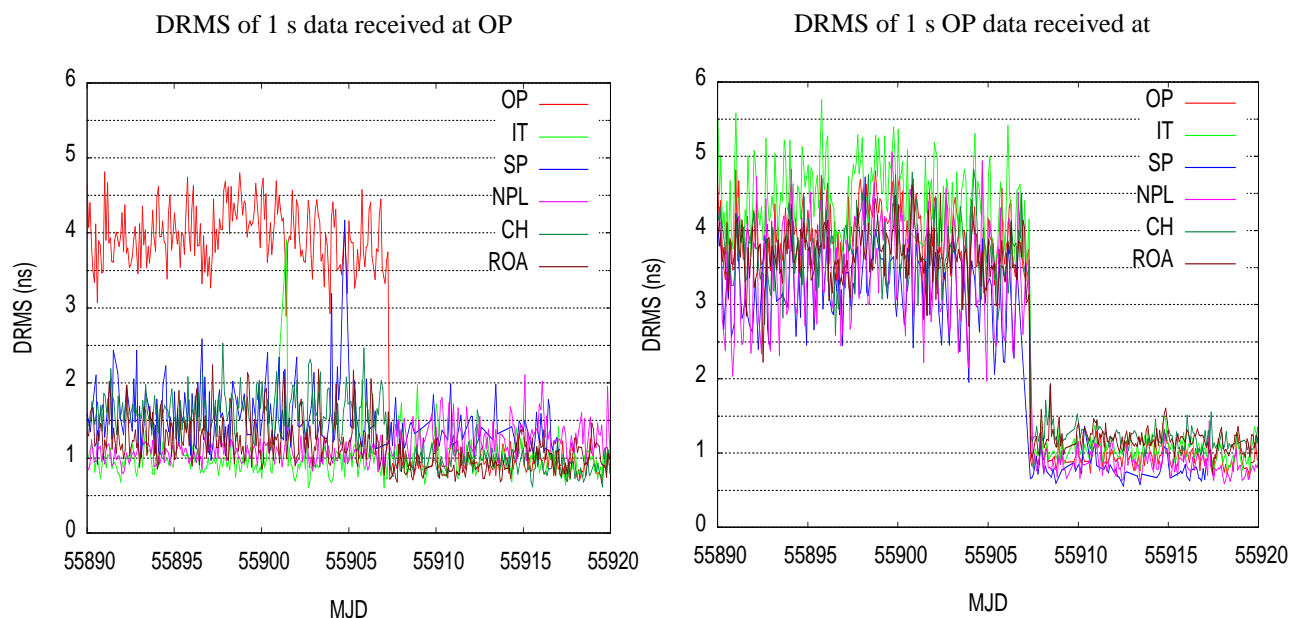


Figure 2.8 : Variation du paramètre DRMS avant et après introduction des offsets de fréquence sur les liens *two-way* Européens (signaux Européens reçus à OP, signal OP reçu dans les stations Européennes)

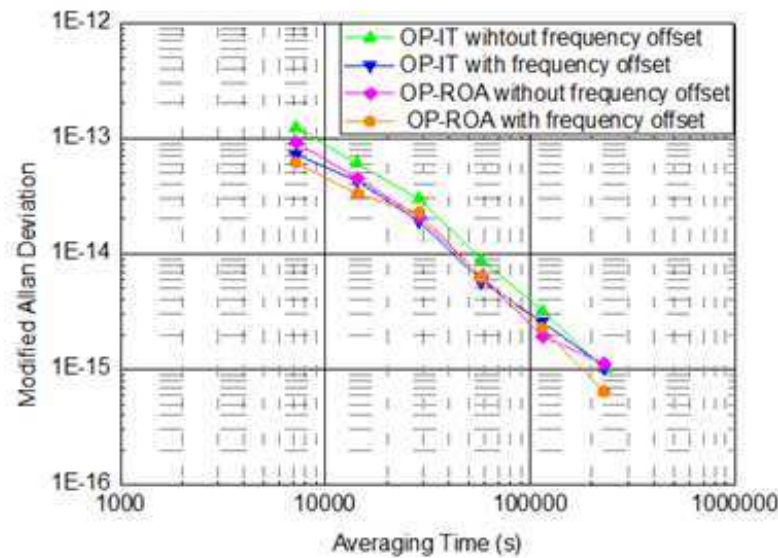


Figure 2.9 : Stabilité de fréquence des liens *two-way* OP-IT et OP-ROA tracées avant et après introduction des offsets de fréquence

## 2.4 Impact lié à la variation de la puissance d'émission

Dans le programme actuel des sessions régulières TWSTFT aux heures UTC paires, jusqu'à quinze stations Européennes émettent et reçoivent des signaux à travers un même répéteur de satellite, afin de comparer leurs échelles de temps locales. Une émission en simultanée de plusieurs signaux influe sur le rapport signal à bruit de la liaison satellitaire et contribue à l'augmentation du paramètre DRMS.

Actuellement, après introduction des offsets de fréquence, le niveau du DRMS demeure relativement élevé par comparaison à des configurations équivalentes réalisées dans le passé en utilisant des codes à 2,5 MChips/s, avec toutefois un rapport signal à bruit qui reste faible.

Pour mieux comprendre l'influence du paramètre de la puissance d'émission sur le bruit d'un lien *two-way* Européen, nous avons réalisé conjointement avec PTB et le NIST, une expérience particulière qui a duré moins de deux mois. Le test consistait à utiliser uniquement deux stations européennes, PTB et OP dans ce cas, durant les heures UTC impaires avec un lien transatlantique comme lien de référence (OP-NIST et/ou PTB-NIST). Durant chaque heure UTC impaire, cinq sessions de mesures entre OP et PTB, une session entre PTB et NIST et une autre entre OP et NIST ont été programmées. Les sessions entre les deux stations Européennes ont été réalisées avec les mêmes paramètres que pendant les sessions régulières sauf pour la puissance émise par chaque site (1<sup>ère</sup> colonne et 2<sup>ème</sup> colonne du Tableau 2.3).

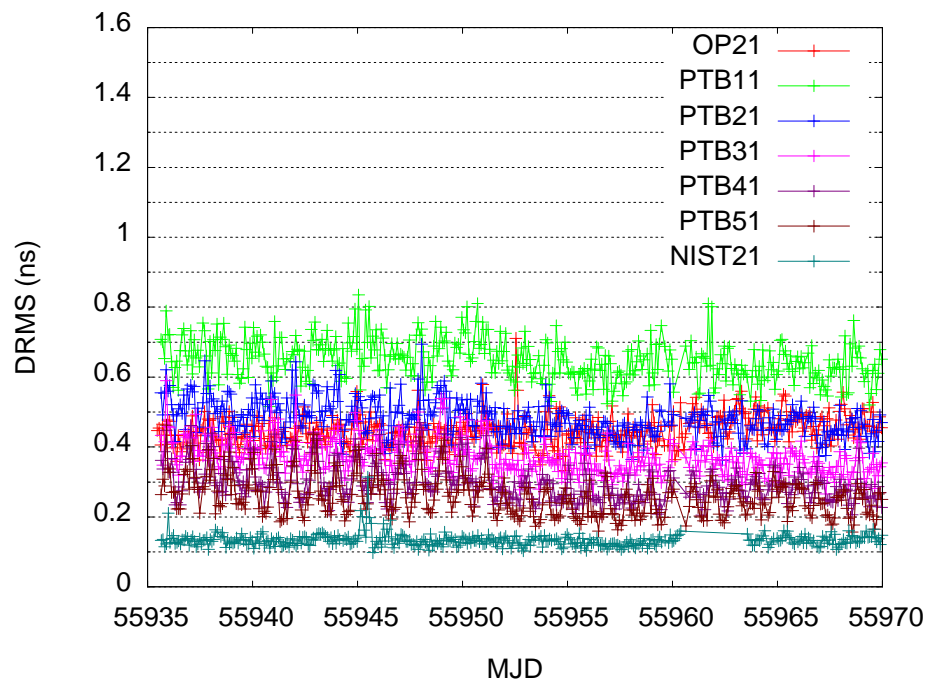


Figure 2.10 : Variation du paramètre DRMS obtenu aux heures UTC impaires en fonction de la puissance d'émission

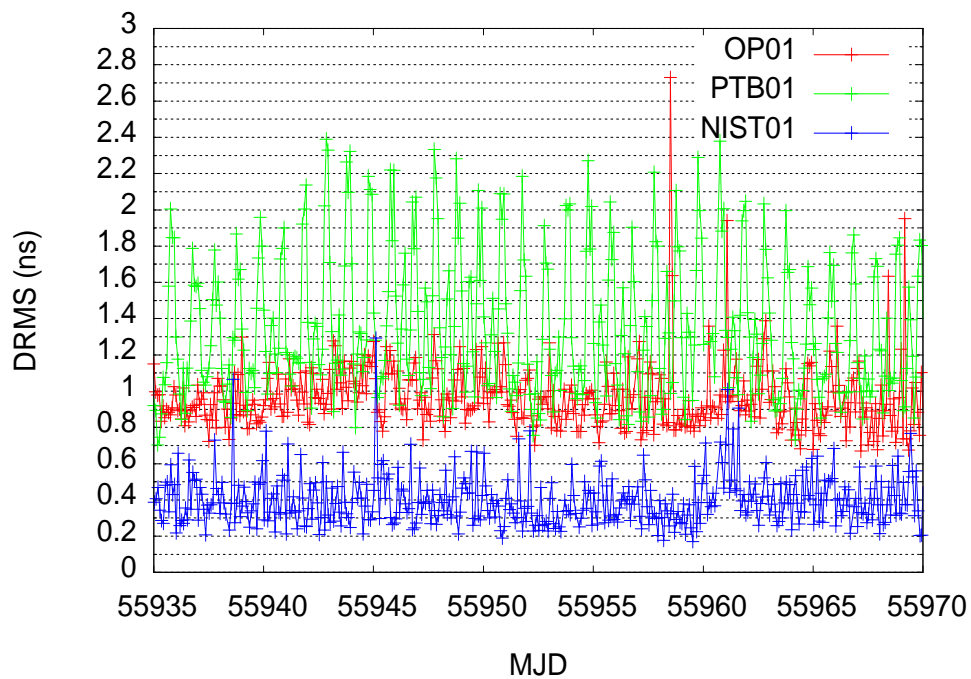


Figure 2.11 : Variation du paramètre DRMS obtenu aux heures UTC paires lors de sessions *two-way* régulières



Les figures 2.10 et 2.11 montrent une forte corrélation entre la puissance du signal émis et la puissance du signal reçu. En effet, une augmentation de la puissance émise de 3 dB entraîne une augmentation de la puissance reçue de 3 dB, preuve que nous travaillons dans une configuration linéaire de fonctionnement des équipements au sol comme à bord.

A partir des résultats des figures ci-dessus, on remarque les principaux effets suivants :

- En comparant les liens OP21-PTB21 et OP01-PTB01 d'une part, et OP21-NIST21 et OP01-NIST01 d'autre part, on note une diminution du paramètre DRMS d'un facteur 3 aux heures UTC impaires, due à l'utilisation d'un répéteur 'calme' (cas des heures UTC impaires du programme TWSTFT) par rapport aux heures UTC paires ;
- Il est possible d'obtenir un niveau du paramètre DRMS ne dépassant pas la valeur de 0,5 ns sur un lien *two-way* Européen en respectant certaines conditions.

En observant le rapport signal à bruit  $C/N_0$  des différents signaux reçus à OP et reportés dans la figure 2.12, on observe que ce dernier augmente avec l'augmentation de la puissance d'émission ; les résultats aux heures UTC paires sont présentés dans la figure 2.13, à titre comparatif.

On note un ajustement de la puissance reçue, à partir du jour MJD 55960, appliqué aux mesures effectuées aux heures UTC impaires sans conséquences significatives.

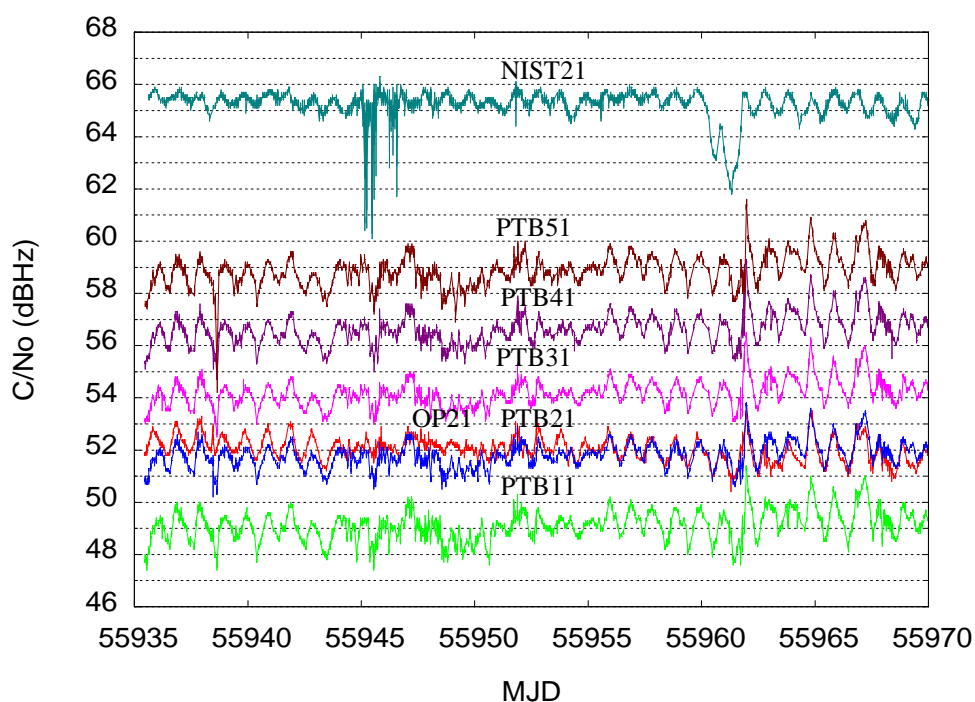


Figure 2.12 : Variation du rapport signal à bruit des signaux reçus à OP aux heures UTC impaires, en fonction de la puissance d'émission

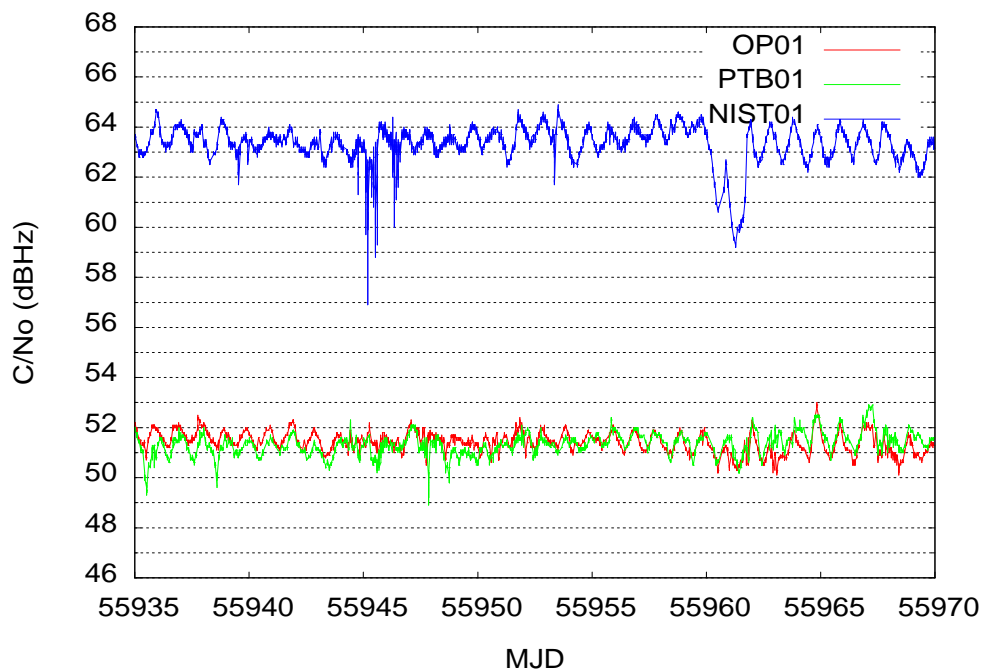


Figure 2.13 : Variation du rapport signal à bruit des signaux reçus à OP aux heures UTC paires, lors de sessions régulières *two-way*

Enfin, la caractérisation des différents liens entre OP et PTB et entre OP et NIST, en termes de stabilité temporelle de bruit est présentée sur la figure 2.14 ; les principales valeurs numériques sont reportées dans le Tableau 2.3. On note les observations suivantes :

- Généralement, de meilleures performances sont obtenues aux heures UTC impaires ;
- Bruit court terme (2 h) amélioré aux heures UTC impaires ;
- Excellent bruit long terme (1 d) obtenu aux heures UTC impaires ;
- Effets diurne réduits aux heures UTC impaires, sur les liens Européens ; pas d'impact sur les liens transatlantiques lié à l'utilisation de répéteurs moins chargés ;
- Sur le réseau Européen, la diminution de l'amplitude de l'effet diurne n'est pas proportionnelle à la puissance d'émission, mais reste liée d'une certaine façon ;
- L'effet diurne restant présent malgré l'introduction des offsets de fréquence.

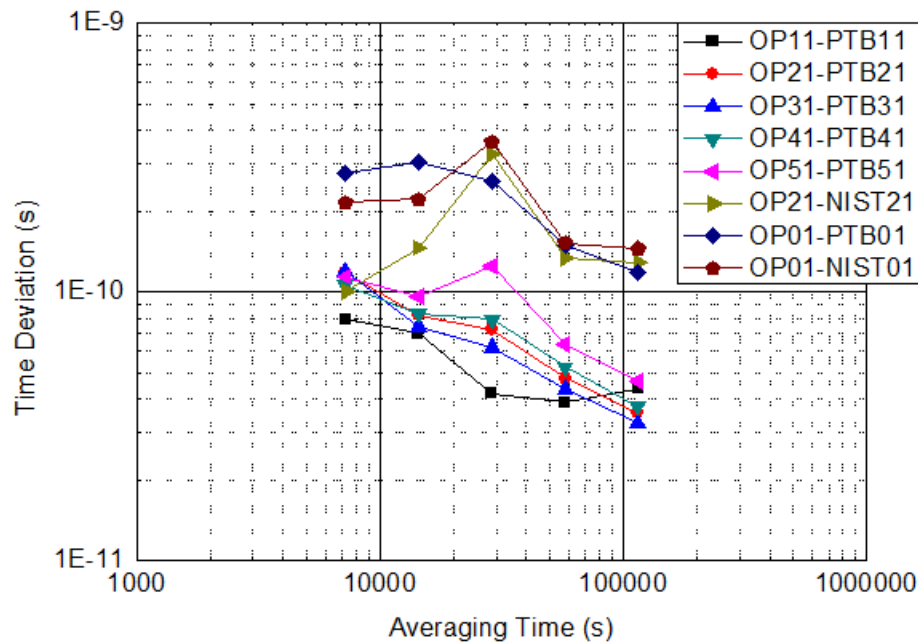


Figure 2.14 : Stabilité de temps des liens *two-way* aux heures UTC paires et impaires et à différents niveaux de puissance d'émission

Dans le même contexte, il est important de souligner que l'amélioration majeure de stabilité (facteur 3) s'est produite en effectuant les mesures 2 voies pendant les heures UTC impaires où le nombre de stations émettrices est réduit de 15 stations à 2 stations et cela est déduit en comparant la stabilité des deux liens OP01-PTB01 et OP21-PTB21 (figure 2.14, tableau 2.3).

Cependant, on remarque d'après la figure 2.4, que le lien OP11-PTB11 présente la meilleure stabilité malgré que la puissance émise est inférieure à celle des autres liens. Des expériences supplémentaires doivent être menées dans le futur afin d'apporter une explication à cette observation dont la raison n'a pas pu être identifiée.

En ce qui concerne l'effet diurne, il est admis que les variations dues à cet effet sont une des principales sources d'instabilité des mesures *two-way*. Plusieurs travaux de recherches ont traité ce sujet qui reste toujours d'actualité car ce phénomène dépend de plusieurs facteurs qui ne se manifestent pas forcément ensemble (environnement terrestre, répéteurs de satellites, largeurs de codes, occupation de la bande passante, etc.). En effet, [6] utilise les données d'éphémérides pour corriger l'effet Sagnac et réduire l'effet diurne, [7] effectue une correction par modèle de compensation des délais troposphériques, [8], [9] analysent les différentes sources d'instabilité comprenant les facteurs dus à l'environnement, au délai ionosphérique, au mouvement du satellite et au répéteur du satellite, et [10] propose d'appliquer une correction du décalage dû à l'effet Doppler en effectuant des mesures aller-retour pour améliorer la stabilité des liens *two-way* et pour réduire l'effet diurne.

Tableau 2.3 : Tableau récapitulatif des valeurs de DRMS et des valeurs de stabilité temporelle obtenus sur différents liens *two-way*

Lien	Puissance émise (dBm)	DRMS (ns)	$\sigma_x(0,35 \text{ d})$ (ns)	$\sigma_x(1 \text{ d})$ (ns)
OP21-OP21 (UTC impaires)	-21	0,447	-	-
OP11-PTB11 (UTC impaires)	-24	0,649	0,042	0,042
OP21-PTB21 (UTC impaires)	-21	0,480	0,071	0,041
OP31-PTB31 (UTC impaires)	-18	0,296	0,062	0,037
OP41-PTB41 (UTC impaires)	-15	0,296	0,079	0,043
OP51-PTB51 (UTC impaires)	-12	0,257	0,125	0,053
OP21-NIST21 (UTC impaires)	-21	0,133	0,323	0,135
OP01-OP01 (UTC paires)	-21	0,962	-	-
OP01-PTB01 (UTC paires)	-21	1,350	0,258	0,135
OP01-NIST01 (UTC paires)	-21	0,398	0,367	0,147

## 2.5 Impact lié à la largeur de code et aux fréquences micro-ondes

Dans le but d'étudier l'impact de l'utilisation de la largeur du code sur le bruit résiduel des liens, nous avons fait appel au simulateur de satellite du laboratoire. Ce dispositif permet d'utiliser plusieurs codes de largeurs différentes disponibles dans les modems SATRE, faute de disponibilité de bande passante appropriée à bord des satellites géostationnaires en usage pour le TWSTFT.

En effet, le simulateur de satellite développé au LNE-SYRTE [11], permet essentiellement de déterminer le retard différentiel des stations TWSTFT. Les tests menés ont consisté à émettre un signal en faisant varier la largeur du code, puis mesurer ce signal à la réception (mesure d'intervalles de temps) selon deux trajets possibles.

Dans les tests que nous avons conduits, nous avons utilisé des codes de largeur 1, 2,5, 10 et 20 MChips/s. Nous avons mentionné antérieurement que le code 2,5 MChips/s a été utilisé dans le passé sur les liens Européens et transatlantiques. Par contre, les codes 10 et 20 MChips/s demeurent à l'état expérimental et n'ont jamais été utilisés de façon opérationnelle à notre connaissance.

La figure 2.15 montre que les fluctuations du bruit résiduel à 1 MChips/s sont nettement plus élevées que pour les autres codes et une piste d'amélioration par la réduction du bruit des liens pourrait aller vers une utilisation de codes à plus large bande. Or dans la pratique et compte tenu du fait des coûts exorbitants pour ce type d'application, cette solution n'est malheureusement pas envisageable sur un plan opérationnel à l'état actuel.

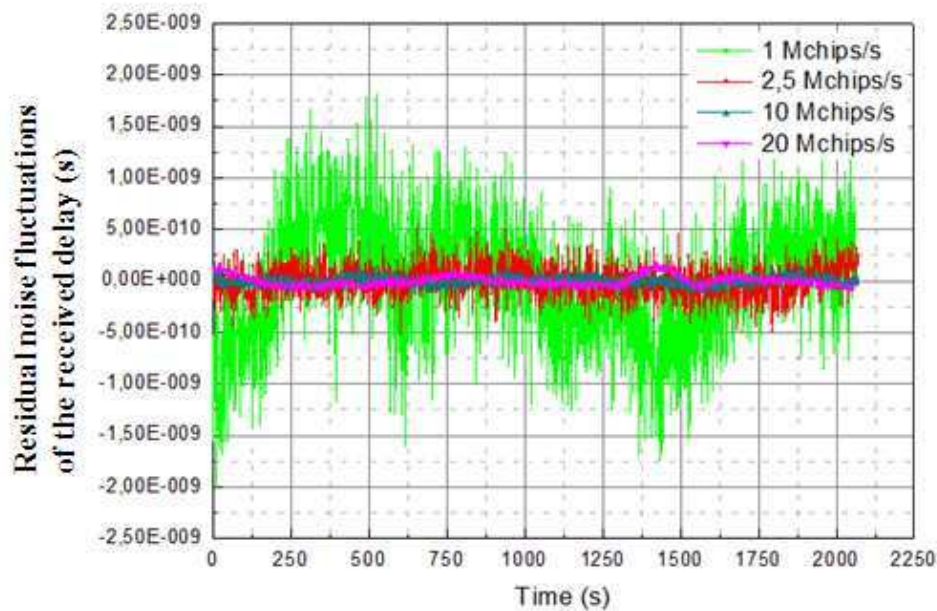


Figure 2.15 : Variation du bruit résiduel du retard de propagation en fonction de la largeur de codes générés par le modem SATRE (application avec un simulateur de satellite)

Enfin, et dans l'objectif d'évaluer l'impact de la variation du rapport signal à bruit sur le résiduel de mesures de retards, à 1 MChips/s, nous avons considéré deux signaux de fréquences micro-ondes descendantes distinctes, choisies avant et après dernier changement de répéteur de satellite sur le réseau Européen. Les résultats des mesures présentées dans la figure 2.16 confirment le fait qu'un rapport signal à bruit élevé entraîne une réduction de l'amplitude des fluctuations du bruit résiduel du retard de propagation pour une largeur de bande donnée du code pseudo aléatoire de bruit.

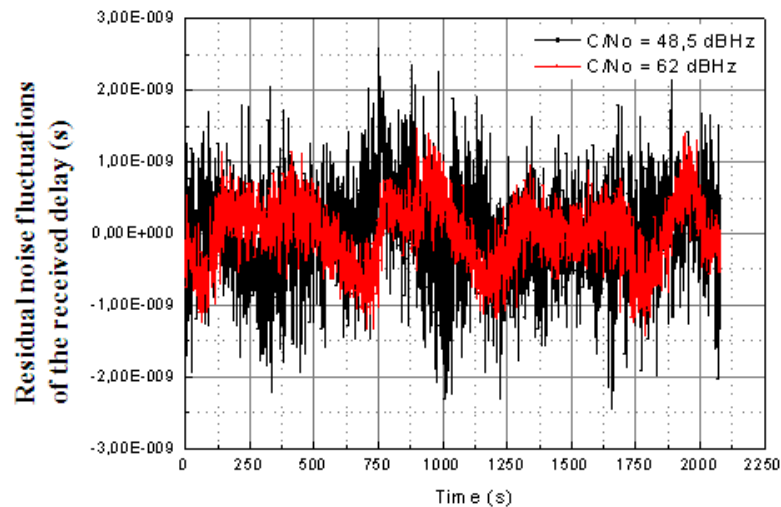


Figure 2.16 : Variation du bruit résiduel du retard de propagation obtenu à 1 MChips/s en considérant deux fréquences micro-ondes distinctes générant des valeurs différentes de rapport signal à bruit (application avec un simulateur de satellite)

## Conclusion

Après une analyse expérimentale approfondie présentée dans ce chapitre, décrivant l'environnement électromagnétique actuel dans lequel le réseau TWSTFT fonctionne et à travers lequel le développement de la méthode *two-way* phase ait lieu, nous portons les notifications suivantes auxquelles il faudrait apporter des réponses à l'avenir, à savoir :

- Le code 0 du signal émis par OP à 1 MChips/s semble être plus sensible que les autres codes aux interférences causées par d'autres signaux émis simultanément ;
- Les codes à 1 MChips/s générés par les modems SATRE présentent des défauts d'orthogonalité causant des interférences entre les différents signaux *two-way* ;
- En appliquant des offsets de fréquence aux différents codes émis par les stations, les interférences entre codes sont fortement réduites ;
- En augmentant la puissance à l'émission, les paramètres de DRMS et de rapport signal à bruit sont nettement améliorés, ce qui n'est pas forcément le cas pour l'effet diurne ;
- L'utilisation d'un répéteur 'calme' (cas des heures UTC impaires du programme TWSTFT) réduit considérablement le bruit court terme et améliore la stabilité des liens 2-voies à long terme ;

- Les résultats d'observations présentés dans ce chapitre sont comparables avec ceux donnés dans [3] ;
- On démontre par la mesure qu'une excellente stabilité (40 ps à 1 jour) en utilisant un code à 1 MChips/s, peut être atteinte sur un lien Européen (OP-PTB) si toutes les conditions précédentes sont satisfaites.

Il est évident que les aspects traités dans ce chapitre, à ce niveau d'observations, ne permettent pas de comprendre tous les effets et d'apporter des solutions immédiates aux problèmes soulevés, mais il est démontré que les pistes importantes sont clairement soulevées et à travers lesquelles il faudrait investiguer davantage. Pour cette raison, un groupe Ad hoc a été créé suite à la présentation des travaux donnés dans ce chapitre lors de la réunion du groupe TWSTFT du CCTF en septembre 2012 dans le but de poursuivre les recherches dans ce sujet. Ces travaux ont été également publiés dans [12].

## Références bibliographiques

- [1] BIPM Circular T publications,  
<http://www.bipm.org/jsp/en/TimeFtp.jsp?TypePub=publication>.
- [2] A. Bauch et al., Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level, *Metrologia* 43(1), pp. 109-120, 2006.
- [3] D. Piester, A. Bauch, J. Becker, E. Staliuniene, C. Schlunegger, Studies on Measurement Noise in the European TWSTFT Network, Joint IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) and Exposition and the 21<sup>st</sup> European Frequency and Time Forum (EFTF), pp. 1194-1199, 2007.
- [4] The operational use of two-way satellite time and frequency transfer employing pseudorandom noise codes Rec. ITU-R TF.1153-3.
- [5] Télécommunications spatiales, I-bases théoriques, chapitre I.11 "calcul du bilan d'une liaison spatiale". Collection technique et scientifique des télécommunications CNET-ENST, Edition Masson, 1982.
- [6] W. Tseng, K. Feng, S. Lin, H. Lin, Y. Huang, and C. Liao, Sagnac Effect and Diurnal Correction on Two-Way Satellite Time Transfer, in Proceedings of the 2010 Conference on Precision Electromagnetic Measurements (CPEM), Daejeon, Korea, pp. 436-437, 13-18 June 2010.
- [7] D. Piester, A. Bauch, M. Fujieda, T. Gotoh, M. Aida, H. Maeno, M. Hosokawa, and S. H. Yang, 2008, Studies on Instabilities in Long-Baseline Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer (TWSTFT) Including a Troposphere Delay Model, in Proceedings of the 39<sup>th</sup> Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, Long Beach, California, USA (U.S. Naval Observatory, Washington, D.C.), pp. 211-222, 27-29 November 2007.
- [8] T. E. Parker and V. Zhang, Sources of Instabilities in Two-Way Satellite Time Transfer, in Proceedings of the 2005 Joint IEEE International Frequency Control Symposium (IFCS) and Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, Vancouver, British Columbia, Canada (IEEE 05CH37664C), pp. 745-751, 29-31 August 2005.
- [9] M. Fujieda, T. Gotoh, M. Aida, J. Amagai, and H. Maeno, Long-Baseline TWSTFT between Asia and Europe, in Proceedings of the 38<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, Reston, Virginia, USA (U.S. Naval Observatory, Washington, D.C.), pp. 499-504, 2006.
- [10] Y. Huang, W. Tseng, S. Lin, Integrated Doppler correction to TWSTFT using round trip measurement, 42<sup>nd</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, 2010.
- [11] J. Achkar, Design, realization and application of a satellite simulator in a TWSTFT station, 40<sup>th</sup> European Microwave Conference, pp. 1516-1519, 2010.
- [12] A. Kanj, J. Achkar, D. Rovera, Analysis of the impact of measurement noise on the TWSTFT stability, European Frequency and Time Forum (EFTF), 2012.





## Chapitre 3.

# Étude et développement de la méthode deux voies phase

### Introduction

La méthode TWSTFT code actuellement opérationnelle possède de nombreux avantages et présente de hautes performances au niveau exactitude et stabilité. Cependant, les performances de cette technique doivent suivre le progrès réalisé dans le développement des horloges atomiques [1]; un transfert de temps et de fréquence avec de meilleures performances en exactitude et en stabilité doit donc être réalisé.

Cependant quelques rares travaux de recherches [2][3] ont montré que l'utilisation de la phase de la porteuse dans la technique TWSTFT permet d'améliorer la stabilité de la méthode deux voies classique basée sur le code de la porteuse.

L'objectif des travaux de cette thèse porte essentiellement sur l'étude et le développement de la technique TWSTFT phase au LNE-SYRTE, en bénéficiant des moyens matériels et logiciels déjà en place et en se basant sur une étude antérieure réalisée [3].

Ce chapitre est consacré à l'étude théorique de la méthode deux voies phase. Dans ce contexte, le principe de la méthode est décrit en détail dans ce qui suit.

### 3.1 Principe de la méthode

Le principe de la méthode deux voies phase a été brièvement décrit dans la partie 1.3.2.4 du chapitre 1. Les deux stations en comparaison émettent simultanément un signal micro-ondes transmis par l'intermédiaire du satellite géostationnaire à l'autre station.

La figure 3.1 représente schématiquement le principe de cette méthode qui permet une comparaison d'horloges distantes au sol à partir des mesures de phase des fréquences des porteuses, la phase étant reconstruite à partir des mesures de fréquences intégrées sur une période donnée. Elle repose sur des mesures deux voies entre horloges distantes couplées avec des mesures de *ranging* pour chacune des horloges, l'ensemble étant basé sur le principe de propagation liée à la vitesse des porteuses. Elle diffère de la méthode deux voies classique qui elle repose uniquement sur des mesures de code deux voies entre horloges distantes.

On considère la station 1 comme station de référence. L'idée de base est de calculer la différence de fréquence entre les horloges des deux stations.

Les différents paramètres décrivant la méthode deux voies phase sont représentés dans la figure 3.1 et expliqués ci-dessous :

$F_{11}$  : Fréquence du signal micro-ondes reçu par la station 1, émis par la station 1 ;  
 $F_{22}$  : Fréquence du signal micro-ondes reçu par la station 2, émis par la station 2 ;  
 $F_{21}$  : Fréquence du signal micro-ondes reçu par la station 2, émis par la station 1 ;  
 $F_{12}$  : Fréquence du signal micro-ondes reçu par la station 1, émis par la station 2 ;  
 $f_{tx1}$  : Fréquence du signal micro-ondes émis par la station 1 ;  
 $f_{tx2}$  : Fréquence du signal micro-ondes émis par la station 2 ;  
 $f_{sys}$  : Fréquence de l'horloge de la station 1, autrement dit fréquence du système ;  
 $df$  : Décalage entre la fréquence de l'horloge de la station 1 et celle de l'horloge de la station 2.

Vu le mouvement radial du satellite géostationnaire, l'effet Doppler est pris en considération en ce qui concerne la propagation du signal émis par la station 1 à la station 2 et inversement ainsi que pour les signaux aller-retour.

Les fréquences transmises par les stations subissent chacune un décalage dû à l'effet Doppler, à la fréquence de l'oscillateur local (OL) du satellite, et à l'offset entre les deux horloges en comparaison. Ainsi les expressions des fréquences reçues par les stations et mesurées par les modems, sont établies en prenant en compte ces variables causant le décalage.

Ces quatre équations correspondant aux quatre fréquences reçues par les deux stations constituent le système d'équations de la méthode deux voies phase dont les inconnues sont les coefficients Doppler, la fréquence de l'oscillateur local du satellite ainsi que le décalage de fréquence entre les horloges.

Avant d'établir les expressions des fréquences, la construction et la résolution du système d'équations de la technique TWSTFT phase, un rappel sur l'effet Doppler est donné dans le paragraphe suivant.

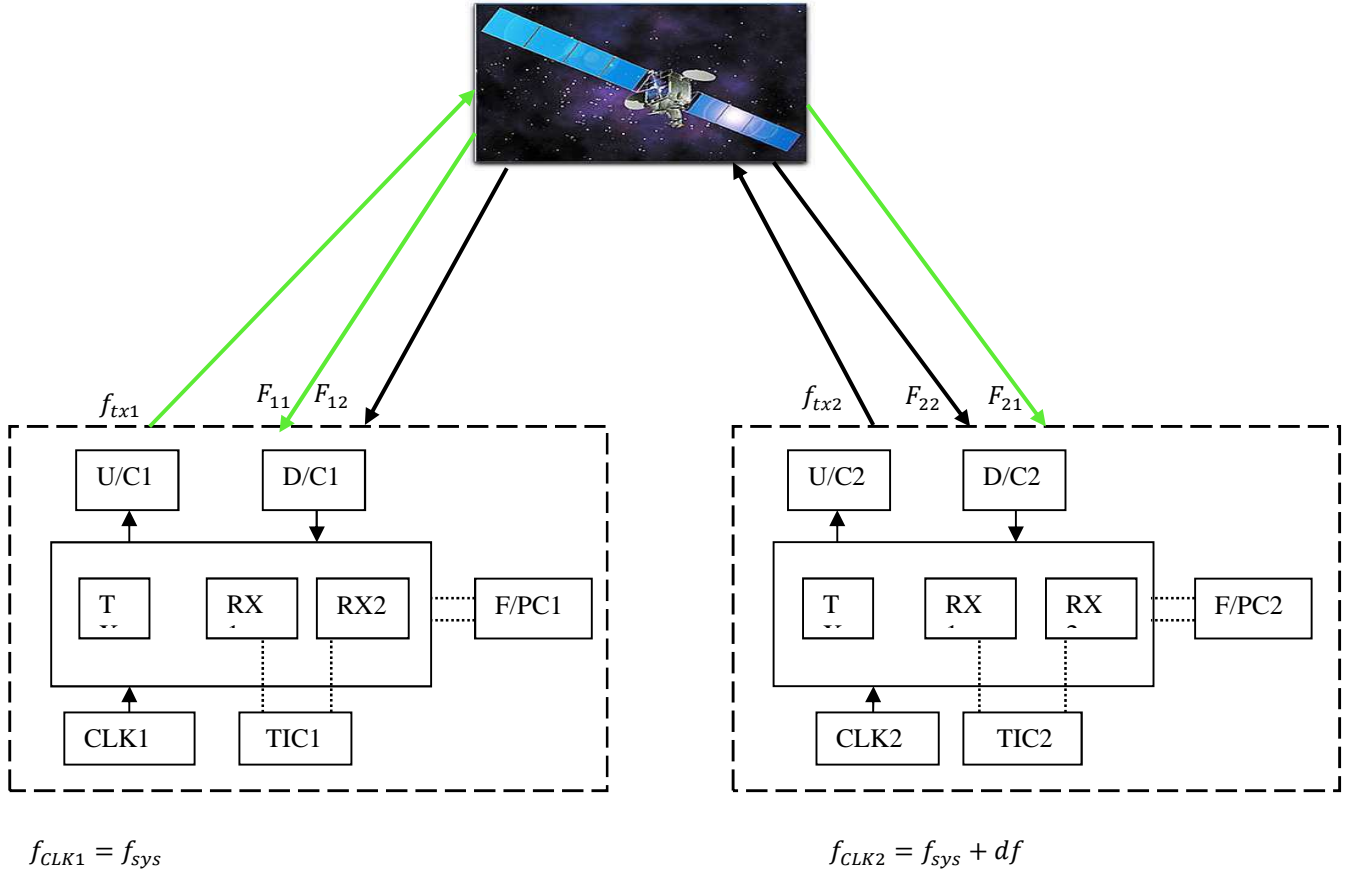


Figure 3.1 : Représentation graphique de la méthode deux voies phase s'appuyant sur des observations simultanées de signaux de *ranging* et de *two-way* en réception

## 3.2 Rappel sur l'effet Doppler

Par définition, l'effet Doppler est le décalage de fréquence d'une onde acoustique ou électromagnétique entre l'émission et la réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie en fonction du temps.

Calculons alors la variation de fréquence pour un récepteur en mouvement par rapport à l'émetteur. En effet, la variation de la longueur d'onde est égale à la distance parcourue par le récepteur ayant une vitesse  $v$  pendant une période  $T$  donnée :

$$d\lambda = vT \quad (3.1)$$

Nous traitons le cas où le récepteur est en mouvement par rapport à l'émetteur. Si celui-ci s'éloigne de l'émetteur, la longueur d'onde mesurée par rapport à ce dernier sera exprimée par :

$$\lambda' = \lambda + vT' \quad (3.2)$$

D'autre part, si le récepteur s'approche de l'émetteur, l'expression de la longueur d'onde du signal sera donnée par :

$$\lambda' = \lambda - vT' \quad (3.3)$$

Avec

$\lambda$  : longueur d'onde du signal émis avec une fréquence  $f$ ;

$\lambda'$  : longueur d'onde du signal reçu avec une fréquence  $f'$ ;

$v$  : vitesse de l'objet;

$T'$  : période du signal reçu.

En remplaçant la longueur d'onde par son expression en fonction de la vitesse de l'onde et sa fréquence dans l'équation (3.3) on obtient :

$$\frac{c}{f'} = \frac{c}{f} \pm \frac{v}{f'} \quad (3.4)$$

Avec

$$T = \frac{1}{f}$$

L'expression de variation de fréquence pour un récepteur en mouvement par rapport à l'émetteur est alors déduite :

$$f' = f \pm \frac{v}{c}f \quad (3.5)$$

Soit  $k$  le coefficient Doppler :

$$k = \frac{v}{c} \quad (3.6)$$

Donc l'équation devient :

$$f' = f \pm kf \quad (3.7)$$

Dans ce qui suit, nous considérons que :

$$k_n = \frac{v_n}{c} \quad (3.8)$$

Avec

$n$  : numéro de la station ;

$v_n$  : projection de la vitesse du satellite dans la direction de la station  $n$ .

### 3.3 Construction du système d'équations de la méthode deux voies phase

Pour construire le système d'équations de la méthode deux voies phase, il convient d'établir les expressions des fréquences des signaux reçues et mesurées par la station de réception.

#### 3.3.1 Étude du signal transmis de la station 1 à la station 2

Afin de déterminer l'expression de la fréquence du signal reçu par la station 2, émis par la station 1, le schéma de la transmission d'un signal de la station 1 à la station 2 est donné dans cette partie.

Un signal de fréquence micro-ondes égale à  $f_{tx1}$  est émis par la station 1 vers le satellite. Cette fréquence subit un décalage dû à l'effet Doppler. Par suite, le signal arrive au satellite avec un décalage égal à  $k_1 f_{tx1}$ . La fréquence résultante est mélangée avec la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite et transmise sur le lien descendant en subissant à nouveau un décalage causé par l'effet Doppler par rapport à la station 2.

Le signal émis de la station 1 à la station 2 est représenté par le schéma suivant :

$$\begin{aligned}
 & f_{tx1} \xrightarrow{\text{Effet Doppler (station 1, satellite)}} f_{tx1} + k_1 f_{tx1} \xrightarrow{\text{Oscillateur local (satellite)}} \\
 & f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} \xrightarrow{\text{Effet Doppler (satellite, station 2)}} \\
 & f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} + k_2 (f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo})
 \end{aligned}$$

$f_{slo}$  est la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite calculée par rapport à la station 1 considérée comme station de référence.

La fréquence du signal émis de la station 1 à la station 2 par rapport à la station 1 est donc exprimée par :

$$\begin{aligned}
 (F_{21})_1 &= f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} + k_2 (f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo}) \\
 (F_{21})_1 &= f_{tx1} (1 + k_1) (1 + k_2) - f_{slo} (1 + k_2)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Avec :

$k_i$  : coefficient Doppler relatif à la station  $i$ ,  
 $i=1, 2$  pour station 1 et station 2 respectivement.

Or, cette fréquence est mesurée par la station 2, elle doit donc être exprimée en considérant cette station comme référence.

### Changement de référence

Deux échelles de temps doivent être mesurées par rapport à la même référence pour pouvoir les comparer.

Afin de convertir une fréquence  $f_m$  définie par rapport à une référence m à son équivalent par rapport à une référence n, la transformation suivante est appliquée :

$$f_n = f_m \frac{f_{mref}}{f_{nref}} \quad (3.10)$$

$f_n$  : fréquence vue du récepteur n;

$f_m$  : fréquence vue de l'émetteur m;

$f_{mref}$  : fréquence d'horloge de référence de l'émetteur m;

$f_{nref}$  : fréquence d'horloge de référence du récepteur n.

En effet, en considérant le cas de la station 1, la période d'une oscillation est égale à  $\frac{1}{f_{sys}}$ , alors que la période d'une oscillation effectuée par rapport à la station 2 est égale à  $\frac{1}{f_{sys}+df}$ .

Par suite,  $N_{sys}$  oscillations, effectuées dans la station 1, mesurées par la station 2 sont égales à  $\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df}$  oscillations.

Avec,

$$N_{sys} = f_{sys} \times 1 \text{ s}$$

En suivant le même raisonnement, l'expression de la fréquence émise par la station 1 mesurée en considérant par rapport à la station 2 comme référence sera donnée par :

$$(f_{tx1})_2 = (f_{tx1})_1 \frac{f_{sys}}{f_{sys}+df} \quad (3.11)$$

La fréquence de l'OL mesurée par la station 2 est donnée par :

$$(f_{slo})_2 = f_{slo} \frac{f_{sys}}{f_{sys}+df} \quad (3.12)$$

Dans ce qui suit, on exprimera toutes les fréquences par rapport à la station de réception.

La fréquence du signal émis par la station 1 et reçu par la station 2 devient alors :

$$(F_{21})_2 = f_{tx1} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys}+df} \right) (1 + k_1)(1 + k_2) - f_{slo} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys}+df} \right) (1 + k_2) \quad (3.13)$$

### 3.3.2 Étude du signal transmis de la station 2 à la station 1

Etant donné que  $f_{slo}$  représente la fréquence de l'OL du satellite mesurée par la station 1, et par analogie avec l'équation (3.13), la fréquence du signal émis de la station 2 à la station 1, vue de la station 1 est exprimée par :

$$(F_{12})_1 = f_{tx2} \left( \frac{f_{sys} + df}{f_{sys}} \right) (1 + k_1)(1 + k_2) - f_{slo}(1 + k_1) \quad (3.14)$$

### 3.3.3 Étude des signaux de *ranging*

En plus du signal transféré à chaque station, cette dernière reçoit son propre signal, autrement dit le signal aller-retour appelé signal de *ranging*.

En suivant le même raisonnement déjà évoqué dans le paragraphe 3.3.1, le schéma correspondant au trajet subi par la fréquence du *ranging* relative à la station 1 est donné ci-dessous :

$$\begin{aligned} & f_{tx1} \xrightarrow{\text{Effet Doppler (station 1, satellite)}} f_{tx1} + k_1 f_{tx1} \xrightarrow{\text{Oscillateur local (satellite)}} \\ & f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} \xrightarrow{\text{Effet Doppler (satellite, station 1)}} \\ & f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} + k_1 (f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo}) \end{aligned}$$

La fréquence du signal de *ranging* de la station 1 sera donc exprimée par :

$$\begin{aligned} F_{11} &= f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo} + k_1 (f_{tx1} + k_1 f_{tx1} - f_{slo}) \\ F_{11} &= f_{tx1} (1 + k_1)^2 - f_{slo} (1 + k_1) \end{aligned} \quad (3.15)$$

De même, le signal de *ranging* reçu par la station 2 suit le schéma suivant :

$$\begin{aligned} & f_{tx2} \xrightarrow{\text{Effet Doppler (station 2, satellite)}} f_{tx2} + k_2 f_{tx2} \xrightarrow{\text{Oscillateur local (satellite)}} \\ & f_{tx2} + k_2 f_{tx2} - f_{slo} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys} + df} \right) \xrightarrow{\text{Effet Doppler (satellite, station 2)}} \\ & f_{tx2} + k_2 f_{tx2} - f_{slo} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys} + df} \right) + k_2 \left[ f_{tx2} + k_2 f_{tx2} - f_{slo} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys} + df} \right) \right] \end{aligned}$$

La fréquence du signal de *ranging* de la station 2 sera donc exprimée par :

$$F_{22} = f_{tx2} (1 + k_2)^2 - f_{slo} \left( \frac{f_{sys}}{f_{sys} + df} \right) (1 + k_2) \quad (3.16)$$



### 3.3.4 Système d'équations de la méthode deux voies phase

En résumant ce qui a été déjà avancé, on obtient le système d'équations de la méthode deux voies phase :

$$\begin{cases} F_{11} = f_{tx1}(1 + k_1)^2 - f_{slo}(1 + k_1) \\ F_{22} = f_{tx2}(1 + k_2)^2 - f_{slo}\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df}\right)(1 + k_2) \\ F_{21} = f_{tx1}\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df}\right)(1 + k_1)(1 + k_2) - f_{slo}\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df}\right)(1 + k_2) \\ F_{12} = f_{tx2}\left(\frac{f_{sys}+df}{f_{sys}}\right)(1 + k_1)(1 + k_2) - f_{slo}(1 + k_1) \end{cases} \quad (3.17)$$

Nous disposons donc d'un système non linéaire de quatre équations à quatre inconnues :  $f_{slo}$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $df$ .

Afin de résoudre ce système, il doit être transformé en un système linéaire. Dans la partie suivante, deux méthodes de linéarisation conduisant à la résolution du système sont données.

## 3.4 Méthodes de résolution du système d'équations

Nous présentons deux méthodes permettant de résoudre le système d'équations de la méthode deux voies phase. En première partie, une méthode statique est décrite. Dans la seconde, une méthode itérative utilisant la technique Newton-Raphson est donnée. Dans la première méthode, les données utilisées sont des données code et phase alors que la deuxième méthode fait appel à des données phase uniquement. Cependant, elle est plus compliquée à mettre en œuvre.

### 3.4.1 Méthode directe

Cette méthode permet de simplifier l'écriture du système d'équations (3.17) en considérant que :

$$k'_i = 1 + k_i$$

$$\Delta f = \frac{df}{f_{sys}}$$

Par suite, le système d'équations se réduit à :

$$\begin{cases} F_{11} = (f_{tx1}k'_{11} - f_{slo})k'_{11} \\ F_{22} = \left(f_{tx2}k'_{22} - \frac{1}{1+\Delta f}f_{slo}\right)k'_{22} \\ F_{21} = (f_{tx1}k'_{11} - f_{slo})k'_{22}\frac{1}{1+\Delta f} \\ F_{12} = [f_{tx2}k'_{22}(1 + \Delta f) - f_{slo}]k'_{11} \end{cases} \quad (3.18)$$

A travers la première équation du système, on déduit l'expression de  $k'_{11}$  en fonction de  $f_{slo}$  :

$$f_{tx1}k'_{11}^2 + f_{slo}k'_{11} - F_{11} = 0 \quad (3.19)$$

A travers les deux premières équations du système on calcule :

$$\frac{1}{1+\Delta f} = \frac{k'_{11}}{k'_{22}} \frac{F_{22} - f_{tx2}k'_{22}^2}{F_{11} - f_{tx1}k'_{11}^2} \quad (3.20)$$

La troisième et la quatrième équation du système permettent de calculer l'expression de  $k'_{22}$  en fonction de  $k'_{11}$ .

D'autre part, une relation fondamentale peut être déduite à partir du système d'équations qui se traduit par l'égalité suivante :

$$F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} = 0 \quad (3.21)$$

Par conséquent, il suffit d'utiliser 3 équations au lieu de 4 pour résoudre le système.

Une solution de la différence de fréquence des deux horloges peut être exprimée en fonction de  $F_{11}$ ,  $F_{12}$ ,  $F_{22}$  et  $f_{slo}$  comme suivant :

$$\Delta f = -1 + \sqrt{\frac{2F_{12}f_{tx1}}{F_{22}f_{tx2}}} \sqrt{\frac{f_{slo}^2 + 2f_{tx1}F_{12} + f_{slo}\sqrt{f_{slo}^2 + 4f_{tx1}F_{11}}}{(f_{slo} + \sqrt{f_{slo}^2 + 4f_{tx1}F_{11}})}} \quad (3.22)$$

D'autres expressions de  $\Delta f$  peuvent être déduites en utilisant d'autres combinaisons d'équations.

Après avoir mesuré les fréquences des signaux de *ranging* et des signaux *two-way* dans chaque station, il suffit de déterminer la fréquence de l'oscillateur local du satellite pour calculer  $\Delta f$ . L'expression de  $f_{slo}$  est déduite à partir de la première ou la deuxième équation du système :

$$f_{slo} = -\left[\frac{F_{ii}}{k'_i} - k'_i f_{tx}\right] (1 + \Delta f) \quad (3.23)$$

Puisque  $\Delta f$  a une valeur très faible par rapport aux autres composantes de l'équation (3.23), elle peut être négligée dans cette équation. Par suite, l'expression de  $f_{slo}$  devient :

$$f_{slo} = - \left[ \frac{F_{ii}}{k_i} - k_i' f_{tx} \right] \quad (3.23')$$

$k_i$  est déterminé en calculant la vitesse du satellite par rapport à la station  $i$  à travers la dérivée du retard des signaux de *ranging*, d'où le besoin de mesurer les données code.

### Cas où les fréquences micro-ondes émises par les deux stations sont égales

Dans ce paragraphe, nous traitons le cas où les fréquences micro-ondes émises par les deux stations sont égales.

En linéarisant au premier ordre les quatre équations du système deux voies phase à l'aide du développement de Taylor [4] et après combinaisons multiples (par différenciation) des équations on obtient les relations suivantes :

En calculant la différence entre les deux premières équations du système :

$$F_a = F_{11} - F_{22} = 2k f_{tx} - (\Delta f + k) f_{slo}$$

En calculant la différence entre les deux dernières équations :

$$F_b = F_{12} - F_{21} = 2 \cdot \Delta f \cdot f_{tx} - (\Delta f + k) f_{slo}$$

En calculant la différence entre la deuxième et la troisième équation :

$$F_c = F_{12} - F_{22} = (f_{tx} - f_{slo})(\Delta f + k)$$

Avec:

$$\begin{aligned} k &= k_1 - k_2 \\ f_{tx} &= f_{tx1} = f_{tx2} \end{aligned}$$

L'équation de  $\Delta f$  est alors établie :

$$\Delta f = - \left[ \frac{F_a - F_b}{2} - \frac{f_{tx}}{f_{tx} - f_{slo}} F_c \right] \frac{1}{2f_{tx}} \quad (3.24)$$

### 3.4.2 Méthode itérative - Méthode de Newton-Raphson

Pour résoudre le système d'équations de la méthode deux voies phase, une seconde technique consiste à choisir la méthode itérative convenable permettant de le transformer en un système linéaire en choisissant au départ une approximation initiale pour chacune de ses variables. La résolution du système se ramène alors à la résolution d'une suite de problèmes linéaires.

La méthode de Newton-Raphson permet de linéariser un système d'équations non linéaire, étant la méthode itérative la plus importante et la plus utilisée au niveau de résolution des systèmes non linéaires [4][5]. Le principe de cette méthode est décrit dans [6][7].

Son inconvénient principal est le choix du vecteur estimation initial, ce choix pouvant conduire à une solution autre que celle souhaitée ou bien à une divergence du système.

Le principe de cette méthode est décrit brièvement dans ce paragraphe :

Considérons un système non linéaire de  $n$  équations à  $n$  inconnus.

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \end{cases}$$

Les  $n$  solutions du système sont représentées par le vecteur  $X$  :

$$X = [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

On considère un vecteur d'approximation initiale de la solution du système d'équations :

$$X^0 = [x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0]$$

Le but de la méthode est de trouver le vecteur correction :

$$\delta X = [\delta x_1, \delta x_2, \dots, \delta x_n]$$

De telle sorte que :

$$\begin{cases} f_1(x_1^0 + \delta x_1, x_2^0 + \delta x_2, \dots, x_n^0 + \delta x_n) = 0 \\ \vdots \\ f_n(x_1^0 + \delta x_1, x_2^0 + \delta x_2, \dots, x_n^0 + \delta x_n) = 0 \end{cases}$$

Pour déterminer le vecteur correction  $\delta X$  relatif à  $X^0$ , un développement de Taylor d'ordre 1 au voisinage de  $X^0$  est effectué pour chacune des fonctions  $f_i$  du système en négligeant les termes à partir du second ordre :

$$\sum_{j=1}^n \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \delta x_j = -f_i(X^0)$$

Ce système peut s'écrire également sous une forme plus compacte exprimée comme suivant :

$$J(X^0)\delta X = -R(X^0) \quad (3.25)$$

$J(X^0)$  désigne la matrice Jacobienne évaluée au vecteur initial.

$R(X^0)$  est le vecteur résidu évalué en  $X^0$ .

Après chaque itération, le vecteur correction  $\delta X$  est obtenu et la solution est mise à jour :

$$X_{nouveau} = X_{ancien} + \delta X$$

Le processus est poursuivi jusqu'à ce que l'une des conditions suivantes soit satisfaite :

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_i(X) < tolf$$

Avec

$$\sum_{i=1}^n \delta x_i < tol x$$

tolf et tol x sont les tolérances associées aux critères fixés initialement utilisés pour arrêter le processus itératif.

Cette opération permet donc d'améliorer l'approximation par itérations successives en s'approchant de la solution si les critères de convergence sont satisfaits.

Appliquons cette méthode au système d'équations de la technique deux voies phase [3].

La matrice Jacobienne est déterminée sous la forme suivante :

$$J(X^0) = \begin{bmatrix} -(1+k_1^0) & -f_{slo}^0 + 2f_{tx1}(1+k_1^0) & 0 & 0 \\ -\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df^0}\right)(1+k_2^0) & 0 & -\frac{f_{sys}f_{slo}^0}{f_{sys}+df^0} + 2f_{tx2}(1+k_2^0) & \frac{f_{sys}f_{slo}^0(1+k_2^0)}{(f_{sys}+df^0)^2} \\ -\frac{f_{sys}(1+k_2^0)}{f_{sys}+df^0} & \frac{f_{tx1}f_{sys}(1+k_2^0)}{f_{sys}+df^0} & -f_{sys}\frac{f_{slo}^0-f_{tx1}(1+k_1^0)}{f_{sys}+df^0} & (1+k_2^0)f_{sys}\frac{\tilde{f}_{slo}-f_{tx1}(1+k_1^0)}{(f_{sys}+df^0)^2} \\ -(1+k_1^0) & -f_{slo}^0 + f_{tx2}(1+k_2^0)\frac{f_{sys}+df^0}{f_{sys}} & f_{tx2}(1+k_1^0)\frac{f_{sys}+df^0}{f_{sys}} & f_{tx2}(1+k_1^0)\frac{1+k_2^0}{f_{sys}} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

D'autre part, le vecteur résidu évalué au point initial  $X^0$  est exprimé comme suivant :

$$R(X^0) = \begin{bmatrix} f_{tx1}(1+k_1^0)^2 - f_{slo}^0(1+k_1^0) - F_{11} \\ f_{tx2}(1+k_2^0)^2 - f_{slo}^0\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df^0}\right)(1+k_2^0) - F_{22} \\ f_{tx1}\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df^0}\right)(1+k_1^0)(1+k_2^0) - f_{slo}^0\left(\frac{f_{sys}}{f_{sys}+df^0}\right)(1+k_2^0) - F_{21} \\ f_{tx2}\left(\frac{f_{sys}+df^0}{f_{sys}}\right)(1+k_1^0)(1+k_2^0) - f_{slo}^0(1+k_1^0) - F_{12} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

Puisque  $k_1$ ,  $k_2$  et  $df$  ont de très faibles valeurs, le vecteur estimation suivant est choisi au départ :

$$X_0 = [f_{slo}^0, 0, 0, 0]$$

Où,

$$k_1^0 = k_2^0 = df^0 = 0$$

Par suite, en remplaçant les équations (3.26) et (3.27) dans la relation (3.25), le système d'équations s'exprime comme suivant :

$$\begin{bmatrix} F_{11} - f_{tx} + f_{slo}^0 \\ F_{22} - f_{tx} + f_{slo}^0 \\ F_{21} - f_{tx} + f_{slo}^0 \\ F_{12} - f_{tx} + f_{slo}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & -f_{slo}^0 + 2f_{tx} & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -f_{slo}^0 + 2f_{tx} & \frac{f_{slo}^0}{f_{sys}} \\ -1 & f_{tx} & -f_{slo}^0 + f_{tx} & \frac{f_{slo}^0 - f_{tx}}{f_{sys}} \\ -1 & -f_{slo}^0 + f_{tx} & f_{tx} & \frac{f_{tx}}{f_{sys}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta f_{slo} \\ \delta k_1 \\ \delta k_2 \\ \delta df \end{bmatrix} \quad (3.28)$$

Le système se ramène donc à un système linéaire dont la résolution nécessite l'inversion de la matrice Jacobienne. Or, celle-ci possède un déterminant nul, elle n'est pas alors inversible. Le système admet soit une infinité de solutions soit aucune solution. Par ailleurs, le système ne peut pas être résolu directement [6]. Nous utilisons la méthode de décomposition en valeurs singulières (SVD) [7] pour calculer la matrice pseudo-inverse de la matrice Jacobienne.

### Décomposition en valeurs singulières (SVD)

Le principe de la méthode de décomposition en valeurs singulières est présenté brièvement ci-dessous [7].

Soit A une matrice m x n. Il s'agit de trouver la solution de l'équation :

$$Ax = b$$

$$x = A^+ b$$

A est décomposée en un produit de trois matrices :

$$A = U \cdot W \cdot V^T$$

On appelle cette factorisation la décomposition en valeurs singulières de A, avec U une matrice unitaire  $m \times m$  contenant les vecteurs singuliers de A à gauche, W une matrice  $m \times n$  contenant les valeurs singulières de A, et  $V^T$  est la matrice transposée de V, matrice unitaire  $n \times n$  contenant les vecteurs singuliers de A à droite.

En remplaçant A par le produit des trois matrices, le système se réduit à :

$$UWV^T x = b$$

On déduit alors la solution du système d'équations à l'aide de l'expression ci-dessous :

$$x = (UWV^T)^{-1}b = VW^+U^T b$$

Avec  $W^+$  la transposée de W où tout coefficient non-nul est remplacé par son inverse et  $U^T$  est la matrice transposée de U.

Ainsi, pour déterminer les 3 matrices U, V et W on utilise plusieurs étapes permettant de trouver les valeurs singulières et les vecteurs singuliers. Par ailleurs, nous avons utilisé des routines programmées en langage C permettant d'implémenter la SVD [6].

### Cas où les fréquences micro-ondes émises par les deux stations sont égales

Considérons le cas où les deux signaux micro-ondes émis par les deux stations sont de la même fréquence. Nous partons également de l'hypothèse où la fréquence de l'OL du satellite est égale à une certaine valeur  $f_{slo}$  tout en négligeant ses variations dans le temps. Ces conditions ont été considérées dans [3] et la méthode de résolution suivante a été appliquée.

Le système d'équations se réduit à un système de 4 équations à 3 inconnues :

$$\begin{bmatrix} F_{11} - f_{tx} + f_{slo} \\ F_{22} - f_{tx} + f_{slo} \\ F_{21} - f_{tx} + f_{slo} \\ F_{12} - f_{tx} + f_{slo} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -f_{slo} + 2f_{tx} & 0 & 0 \\ 0 & -f_{slo} + 2f_{tx} & \frac{f_{slo}}{f_{sys}} \\ f_{tx} & -f_{slo} + f_{tx} & \frac{f_{slo} - f_{tx}}{f_{sys}} \\ -f_{slo} + f_{tx} & f_{tx} & \frac{f_{tx}}{f_{sys}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ df \end{bmatrix} \quad (3. 29)$$

A partir de la linéarisation de la première équation du système on déduit :

$$F_{11} - f_{tx} + f_{slo} = (-f_{slo} + 2f_{tx})k_1$$

On détermine ainsi  $k_1$ , tel que :

$$k_1 = \frac{F_{11} - f_{tx} + f_{slo}}{-f_{slo} + 2f_{tx}} \quad (3. 30)$$

Donc, on peut considérer  $k_1$  comme étant indépendante des autres variables  $k_2$  et  $df$ .

D'après la deuxième équation du système on calcule :

$$F_{22} - f_{tx} + f_{slo} = (-f_{slo} + 2f_{tx})k_2 + \frac{f_{slo}}{f_{sys}} df$$

On déduit l'expression de  $k_2$  en fonction de  $df$  :

$$k_2 = \frac{1}{2f_{tx} - f_{slo}} \left( F_{22} - f_{tx} + f_{slo} - \frac{f_{slo}}{f_{sys}} df \right) \quad (3.31)$$

D'après la troisième équation du système :

$$F_{21} - f_{tx} + f_{slo} = f_{tx}k_1 + (-f_{slo} + f_{tx})k_2 + \frac{f_{slo} - f_{tx}}{f_{sys}} df$$

En remplaçant  $k_1$  et  $k_2$  par leurs expressions dans les équations (4.30) et (4.31) l'expression de  $df_1$  est obtenue :

$$df_1 = \frac{f_{sys}}{-2f_{tx}(f_{tx} - f_{slo})} [(f_{tx} - f_{slo})(F_{11} - F_{22}) + (f_{slo} - 2f_{tx})(F_{11} - F_{21})] \quad (3.32)$$

D'autre part, la quatrième équation du système donne :

$$F_{12} - f_{tx} + f_{slo} = (-f_{slo} + f_{tx})k_1 + f_{tx}k_2 + \frac{f_{tx}}{f_{sys}} df$$

En remplaçant  $k_1$  et  $k_2$  par leurs expressions dans les équations (3.30) et (3.31) l'expression de  $df_2$  est obtenue :

$$df_2 = \frac{f_{sys}}{-2f_{tx}(f_{tx} - f_{slo})} [(2f_{tx} - f_{slo})(F_{11} - F_{12}) - f_{tx}(F_{11} - F_{22})] \quad (3.33)$$

## Conclusion

Dans le but d'améliorer les performances de la méthode classique deux voies, la technique deux voies phase est développée dans ce chapitre ; le système d'équations non linéaires a été établi en considérant les fréquences des porteuses reçues par les modems des deux stations. Les principales variables identifiées du système d'équations sont les coefficients Doppler, la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite géostationnaire ainsi que le décalage de fréquence entre les deux horloges en comparaison.



Afin de résoudre ce système d'équations non linéaire, nous avons exploré plusieurs méthodes ; une méthode directe, relativement simple à mettre en œuvre, qui permet de calculer l'offset de fréquence entre les horloges en déterminant le décalage de fréquence dû à l'effet Doppler et la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite à partir des mesures de *ranging* en code et en phase, et une seconde méthode itérative plus complexe qui est basée sur la technique de Newton-Raphson permettant de calculer toutes les variables du système sans avoir recours aux mesures par le code.

Théoriquement, la deuxième méthode semble être plus intéressante vu qu'elle peut s'affranchir en totalité des données code. Cependant, en effectuant plusieurs tests préliminaires de traitement des données des expériences deux voies phase par cette méthode, nous avons remarqué qu'elle introduit un bruit supplémentaire dans la solution finale. Pour cette raison, nous nous sommes contentés d'utiliser la première méthode comme méthode de traitement des données des expériences deux voies phase menées dans le cadre de cette thèse et qui sont présentées dans le chapitre 5. On note que l'utilisation du code ne constitue pas une limitation dans l'état actuel de l'expérience (voire chapitre 5).

Dans ce développement, nous nous sommes également limités au cas où les stations distantes émettent simultanément. Nous ne traitons pas d'un possible décalage entre signaux générant des variables supplémentaires. Ceci devra être considéré dans de futurs développements.

## Références bibliographiques

- [1] J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M.E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon and S. Bize, Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE, IEEE Trans. on Ultras., Ferro. and Frequ. Contr. 59, 391, 2012.
- [2] W. Schaefer, A. Pawlitzki, T. Kuhn, New trends in two-way time and frequency transfer via satellite, Technical report, Proceedings of the 31<sup>st</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, L. Breakiron (ed.), pp505-514, 1999.
- [3] B. Fonville et al., Development of carrier-phase-based two-way satellite time and frequency transfer (TWSTFT), Technical report, Proceedings of the 36<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, L. Breakiron (ed.), pp. 149-164, 2005.
- [4] J.P. Grivet, Méthodes numériques appliquées pour le scientifique et l'ingénieur, L'Editeur: EDP Sciences, 2009.
- [5] C. Brezinski et M. Redivo-Zaglia, Méthodes numériques itératives: Algèbre linéaire et non linéaire, Ellipses, 2006.
- [6] W.H. Press, Numerical recipes: the art of scientific computing, Cambridge Univ Pr, 2007.
- [7] J.P. Nougier, Méthodes de calcul numérique volume 1: systèmes d'équations, Paris: Hermès science, 2001.
- [8] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri, Méthodes numériques: algorithmes, analyse et applications, Springer Verlag, 2007.



## Chapitre 4.

# Mise en œuvre expérimentale de la méthode deux voies phase

### Introduction

La première station TWSTFT installée LNE-SYRTE nommée OP01 fut opérationnelle en 2003, l'Observatoire de Paris ayant obtenu une licence de l'Autorité de Régulation des Télécommunications ART l'autorisant à établir et exploiter un réseau indépendant de télécommunications par satellite, en bande Ku. Depuis cette date, la station fonctionne de façon continue et opérationnelle sur les deux réseaux Européen et transatlantique, aujourd'hui à travers le satellite TELSTAR 11N. De plus, le laboratoire a développé un simulateur de satellite permettant la caractérisation de la station par la détermination des retards internes. Une deuxième station dénommée OP02 a été développée dans le but de réaliser des comparaisons d'horloges atomiques avec les laboratoires de temps du continent asiatique.

Ce chapitre décrit la mise en place du banc de mesure deux voies phase composé des stations OP01 et OP02, du simulateur de satellite et de l'ensemble des logiciels existants ayant été adaptés à nos mesures ou développés spécialement pour la méthode phase ; ils sont destinés au pilotage des appareils de mesures, à l'acquisition des données de mesure et au traitement des données collectées.

### 4.1 Le banc de mesure deux voies phase du LNE-SYRTE

Dans cette partie nous allons décrire les deux stations TWSTFT présentes dans notre laboratoire : OP01 assurant les liaisons transatlantiques et Européennes et OP02 ayant assuré la liaison avec l'Asie.

#### 4.1.1 Description des deux stations

La station OP01 [1][2], est composée des principaux équipements suivants (figure 4.1) :

- Un modem SATRE-077 développé par Timetech (version du software v 4.5.61), générant une porteuse à spectre étalée de fréquence égale à 70 MHz modulée par un code pseudo aléatoire de bruit à 1 MChips/s (Annexe 2) ;

- Une transposition émission Miteq U-176-3 de résolution 125 kHz, bande de fréquence 13,75 GHz-14,5 GHz, gain 25 dB, atténuateur FI 30 dB ;
- Un amplificateur de puissance à état solide en émission, Miteq BA-8 : bande 13,75-14,50 GHz, gain 42 dB, puissance de sortie 8 W ;
- Une antenne Vertex DPVK à double réflecteurs, de type grégorienne asymétrique à polarisation linéaire orthogonale, diamètre 2,4 m, bande 10,95 – 14,50 GHz, gain 48 dB, température de bruit 50 K @ 10 EL ;
- Un amplificateur faible bruit en réception, Miteq AMFW : bande 10,95-12,75 GHz, gain 60 dB, température de bruit 70 K ;
- Une transposition réception Miteq D-128-3 de résolution 125 kHz, bande 10,95 GHz-12,75 GHz, gain 45 dB, atténuateur FI 30 dB.

La station OP02 est composée des principaux équipements suivants :

- Un modem SATRE-321 développé par Timetech (version du software v 4.15.2) (Annexe 2) ;
- Une transposition émission Miteq U-376-3 de résolution 1 kHz ;
- Un amplificateur de puissance à état solide en émission, Miteq BA-8 ;
- Une antenne Andrew type 244 à double réflecteurs, de type grégorienne asymétrique à polarisation linéaire orthogonale, diamètre 2,4 m, bande 10,70 – 14,50 GHz, gain 48 dB, température de bruit 45 K @ 10 EL ;
- Un amplificateur faible bruit en réception, Miteq AMFW ;
- Une transposition réception Miteq D-328-6 de résolution 1 kHz.

D'autre part, les équipements suivants sont communs aux deux stations :

- Un analyseur de spectre Agilent E4440A 3 Hz-26,5 GHz qui permet de mesurer, à la réception, l'offset de fréquence introduit par le répéteur de satellite et de visualiser les porteuses pures des stations. Il assure le contrôle du niveau de puissance du bilan de liaison. Il est également utilisé pour la détection et la visualisation des porteuses à l'émission ;
- Un oscilloscope numérique Hewlett Packard Infinium 500 MHz qui sert à la caractérisation des signaux d'horloges distribués ;
- Un ordinateur pilotant l'ensemble des équipements de la station et assurant l'acquisition des données ;
- Un second ordinateur assurant le traitement des données.

Ces appareils de mesure et de contrôle ainsi que les modems des deux stations, illustrés dans la figure 4.2, sont installés dans la salle opérationnelle de temps, régulée à  $23^{\circ}\text{C} \pm 2^{\circ}\text{C}$ . Les horloges atomiques sont placées au sous-sol du même bâtiment. Les équipements externes de chaque station tels que les transpositions de fréquences, les amplificateurs émission et

réception, les antennes, les diplexeurs et les guides d'ondes flexibles en émission sont installés sur la terrasse du bâtiment B. Ces équipements sont illustrés sur la figure 4.3.

Pour chaque station, les câbles reliant les équipements externes aux équipements présents dans la salle opérationnelle de temps sont les suivants :

- Deux câbles coaxiaux faibles pertes assurant l'interconnexion entre le modem SATRE et les transpositions de fréquences sur les trajets d'émission et de réception ;
- Deux câbles coaxiaux fournissant un signal de référence de 5 MHz aux transpositions de fréquence ;
- Quatre câbles de commande pour pilotage des transpositions en mode manuel ou automatiquement via le PC de commande.

Actuellement, les deux stations sont pilotées par une horloge maser à hydrogène actif HM 889. Les modems sont ainsi alimentés par un signal 5 MHz provenant de cette horloge et un signal 1 pps généré par l'horloge numérique TST 6460 à partir du signal de la même horloge maser (figure 4.4).



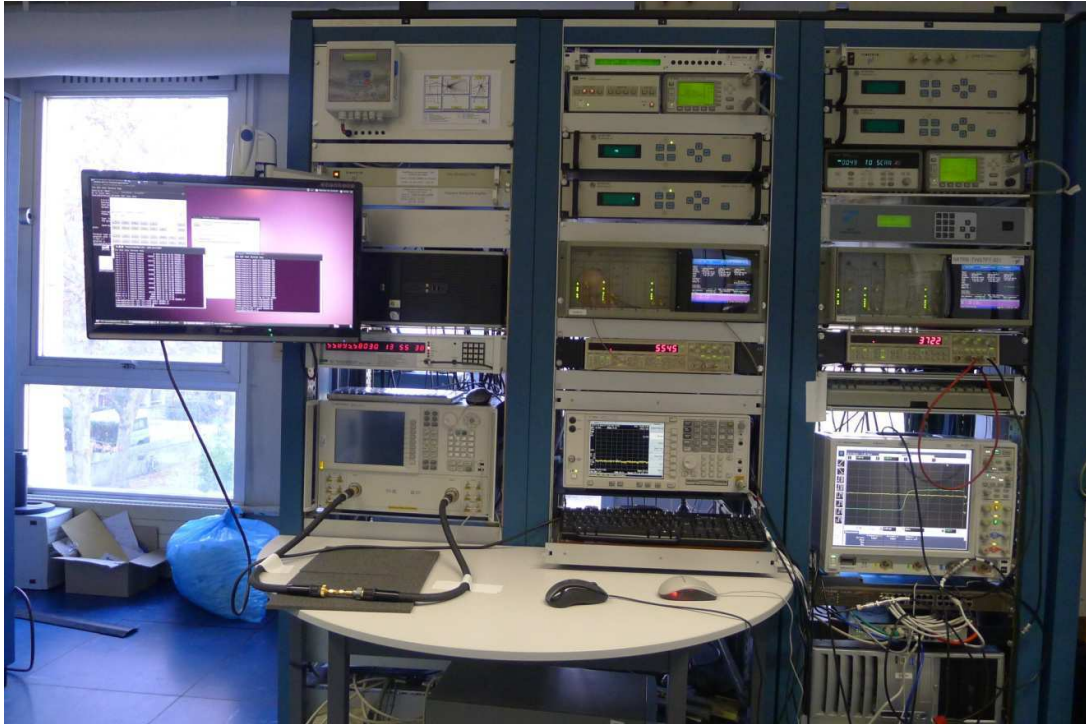


Figure 4.2 : Equipements internes des deux stations TWSTFT installés dans la salle opérationnelle de temps

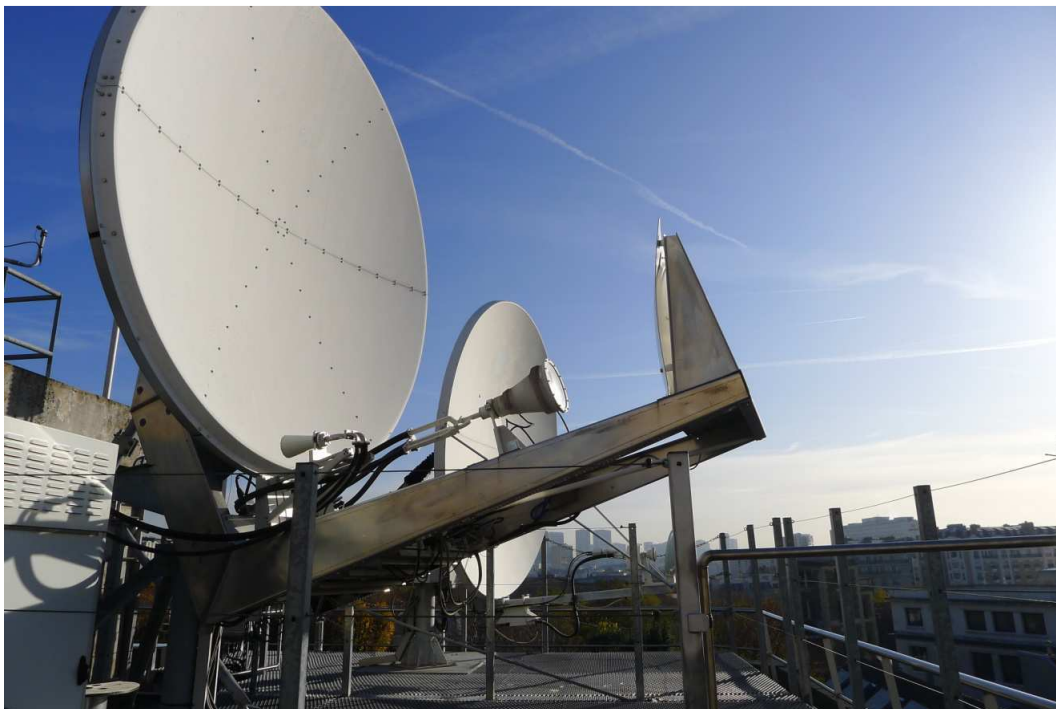
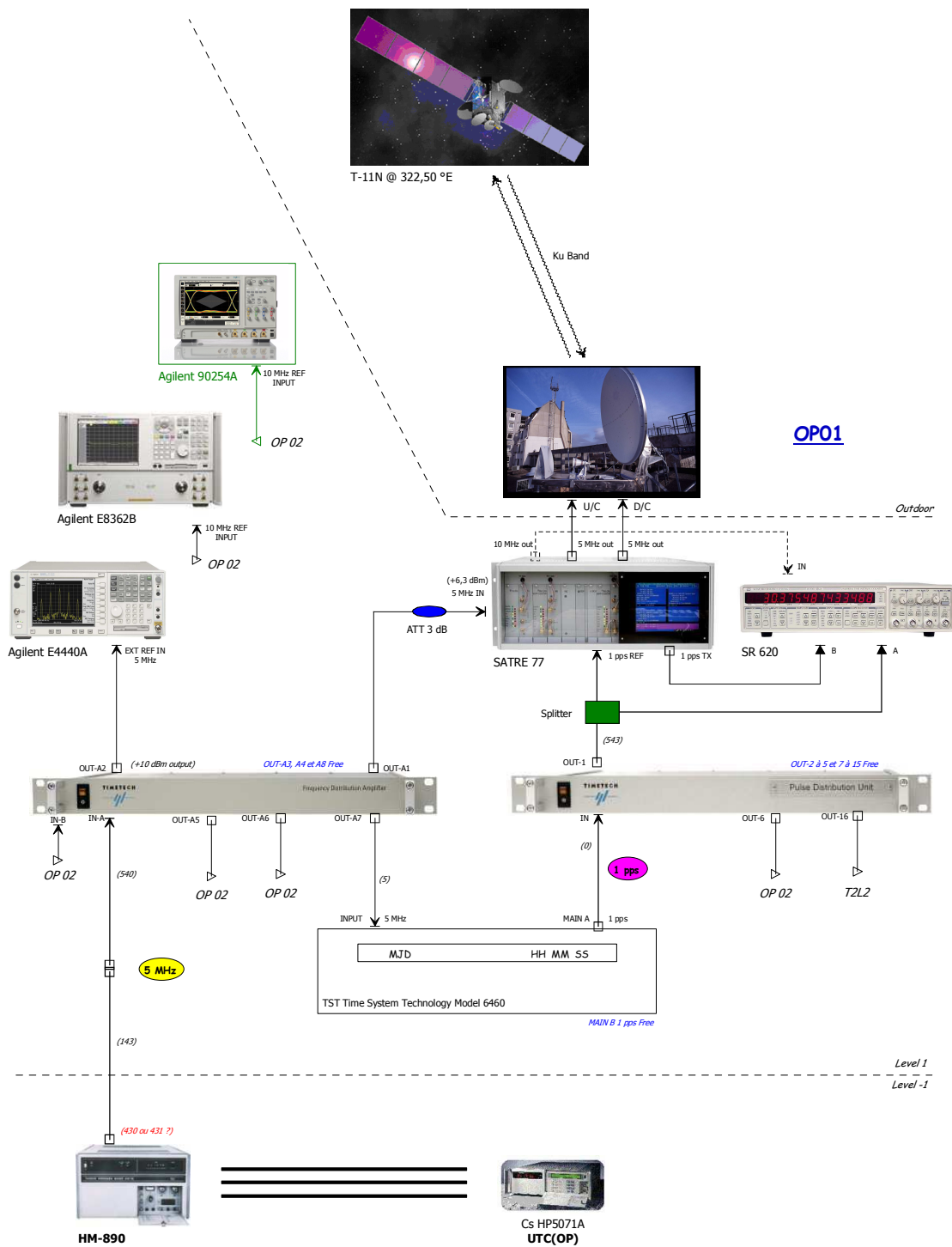


Figure 4.3 : Equipements externes des deux stations OP01, OP02 et du simulateur de satellite





2010-01-25

Figure 4.4 : Schéma technique de distribution des signaux d'horloges

Les stations TWSTFT du LNE-SYRTE, sont installées sur le site de l'Observatoire de Paris (LA = 48° 50' N, LO = 02°20' E, AL (NFG) = 78 m. Le satellite TELSTAR 11N est placé sur une position orbitale de 322,50 °E, ainsi les paraboles sont réglées en position azimutale à 242,5 °N et en élévation à 13,5°.

#### 4.1.2 Description du simulateur de satellite

Dans le cadre des travaux de développement de la méthode deux voies phase, l'utilisation du simulateur de satellite a été nécessaire afin de comprendre certains effets rencontrés en cours de thèse, ce qui explique la description de cet équipement spécial dans ce chapitre.

Le simulateur de satellite [3] permet principalement de mesurer les retards internes d'une station terrienne et surtout connaître leur variation dans le temps dans le but d'améliorer les incertitudes en transfert de temps. Quelques rares simulateurs dédiés deux voies ont été développés en laboratoire et seul un modèle basé sur une conception VSL est commercialisé par Timetech. Le LNE-SYRTE a développé un nouveau dispositif d'étalonnage original avec au moins deux concepts différents de ceux déjà publiés dans la littérature :

- un processus plus rapide pour l'étalonnage des retards ;
- une caractérisation de ses retards internes en utilisant un analyseur de réseau vectoriel micro-ondes.

Cependant, dans l'application deux voies phase, ce sont les fréquences des porteuses qui sont enregistrées et traitées, de la même manière que les données fréquences entre stations.

Les principaux éléments constituant le simulateur de satellite [3] sont :

- Un oscillateur local micro-ondes piloté par une référence de fréquence externe, dans notre cas, c'est le même maser à hydrogène actif du laboratoire qui pilote la station OP01 ;
- Un cornet à excitation rectangulaire (R120) et à ouverture circulaire avec une double polarisation linéaire orthogonale (figure 4.5) ;
- Deux guides d'ondes souples et deux adaptateurs ;
- Un mélangeur micro-ondes équilibré ;
- Un filtre BF ;
- Quatre commutateurs électromécaniques, des câbles coaxiaux et des connecteurs.

Le simulateur est placé en extérieur (guides souples, cornet), les autres équipements sont installés dans une enceinte régulée en température ( $25 \pm 5$ ) °C avec une humidité relative inférieure à 50 % [4].



Figure 4.5 : Vue rapprochée du cornet du simulateur de satellite et du cornet de la station OP01 équipé d'un diplexeur à quatre accès

Nous avons utilisé un programme [2] écrit en Labwindows/CVI de National instruments fonctionnant sous Windows qui permet la configuration des différents équipements du simulateur (générateur des signaux Agilent E8247 C, alimentation programmable Agilent E3640A, driver Agilent 11713A).

## **4.2 Description des logiciels**

Les différents logiciels de pilotage, d'acquisition et de traitements de données mis au point au cours des travaux de thèse sont décrits dans cette partie.

### **4.2.1 Logiciel d'acquisition des données**

L'ensemble des stations est géré par des ordinateurs à travers différents ports : LAN, IEEE, RS-232, RS-422/485. Le schéma présenté dans la figure 4.6 illustre la configuration du réseau local des stations TWSTFT.

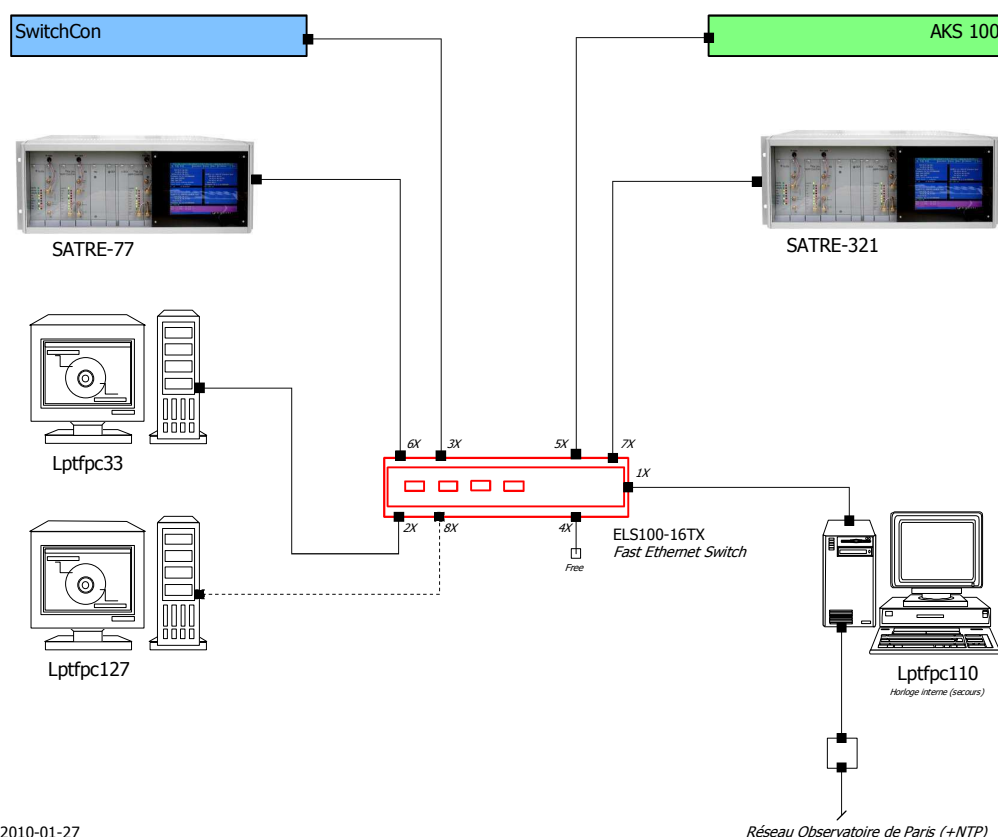


Figure 4.6 : Schéma illustrant la configuration du réseau local des stations TWSTFT

Les fréquences micro-ondes en émission et en réception sont fixées à l'aide des convertisseurs de fréquences, ainsi que les atténuations afin d'ajuster les niveaux de puissance émise et reçue par la station. Les convertisseurs de fréquences sont pilotés à l'aide d'un programme écrit en Labwindows/CVI de National instruments fonctionnant sous Windows.

Pour piloter les modems des deux stations, nous utilisons un logiciel écrit en *bash* sous environnement Linux à travers le PC de commande commun aux deux stations. Ce logiciel assure le choix des fréquences des porteuses intermédiaires ainsi que le numéro des codes et leurs largeurs de bande en mode émission et réception. Le niveau de puissance à l'émission est également défini. Chaque modem cherche ainsi à se verrouiller sur le signal ayant les paramètres (code et fréquence) déjà fixés.

Les données brutes en sortie de chaque modem sont enregistrées chaque seconde dans un fichier, en appliquant le protocole de contrôle de transmission TCP pour le modem SATRE-077 et le protocole de datagramme utilisateur UDP pour le modem SATRE-321, qui font partie de la couche transport de la pile de protocole TCP/IP.

En effet, le module TCP/IP comporte l'ensemble des protocoles utilisés pour le transfert des données sur Internet. La nomenclature TCP/IP provient du nom de deux de ses protocoles : le protocole de transport TCP (Transmission Control Protocol) et le protocole de réseau IP (Internet Protocol).

La suite des protocoles TCP/IP comprend quatre couches :

- La couche hôte réseau : Cette couche a pour rôle de permettre à un hôte d'envoyer des paquets IP sur le réseau. Par exemple, beaucoup de réseaux locaux utilisent Ethernet ; Ethernet est une implémentation de la couche hôte-réseau.
- La couche internet : Cette couche réalise l'interconnexion des réseaux ; son rôle est de permettre l'injection de paquets dans n'importe quel réseau et l'acheminement de ces paquets indépendamment les uns des autres jusqu'à destination. Le protocole IP constitue une implémentation officielle de cette couche.
- La couche transport : Cette couche permet le transfert des données brutes et les messages, en assurant la fiabilité de la transmission entre les hôtes connectés.
- La couche application : Cette couche comprend tous les protocoles de haut niveau, comme par exemple Telnet, TFTP (trivial File Transfer Protocol), SMTP (Simple Mail Transfer Protocol), HTTP (HyperText Transfer Protocol). Elle permet de choisir le protocole de transport à utiliser.

N'ayant pas la possibilité d'utiliser le protocole UDP sur la version actuelle du software du modem SATRE-077, les données sont récupérées par TCP. Ainsi, ce dernier assure la transmission sans erreur de paquets issus d'une machine à une autre, avec accusé de réception. Son rôle est de fragmenter le message à transmettre de manière à pouvoir le faire passer sur la couche internet. En revanche, UDP est un protocole plus simple que TCP : la transmission des données se fait sans prévenir le destinataire qui reçoit les données sans effectuer d'accusé de réception vers l'émetteur.

Chaque modem possède deux canaux de réception dont l'un est configuré sur le signal reçu de la station distante et l'autre sur le signal de *ranging*.

Ainsi, les données de chaque modem transmises sur le PC de commande, sont enregistrées dans un fichier brut (un fichier par modem), puis sont traitées à l'aide d'un programme écrit en langage C permettant de sélectionner les données nécessaires en formant deux fichiers par modem, un fichier correspondant au signal *two-way* et un autre fichier correspondant au signal de *ranging*.

Ce fichier, représenté dans le tableau 4.1, contient les mesures effectuées chaque seconde par le modem SATRE. Il est formé de 6 colonnes :

- MJD est le jour julien modifié
- hh désigne l'heure UTC
- mm est la minute UTC
- ss représente la seconde UTC
- DATA = 1 pps TX – 1pps RX représente les mesures d'intervalles de temps (1 pps TX – 1pps RX) mesurés par le TIC interne du modem
- Rx Pwr est la puissance du signal reçu
- Rx C/No est le rapport signal à bruit à la réception affiché par le modem

- Rx IF désigne la fréquence intermédiaire de la porteuse reçue par la station

Tableau 4.1 : Contenu d'un fichier 1 s correspondant au signal de *ranging* de la station 1

* A5567917.01A						
* UTC(OP) - CLOCK = 0.000000000000 55679 170000						
* CLOCK - 1PPSREF = 0.000000000000 00000 000000						
* 1PPSREF - 1PPSTX = 0.000000000000 00000 000000						
* DATA UNITS = s   dBm   dBHz   Hz						
* DATA = 1PPSTX - 1PPSRX   Rx Pwr   Rx C/N0   Rx IF						
55679	170354	0.262295812370	-37.5	49.8	69971058.327	
55679	170355	0.262295814320	-37.5	49.8	69971058.356	
55679	170356	0.262295820140	-37.5	49.8	69971058.319	
55679	170357	0.262295824190	-55.9	49.9	69971058.348	
55679	170358	0.262295825160	-55.9	49.9	69971058.404	
55679	170359	0.262295827450	-55.9	49.9	69971058.412	
55679	170400	0.262295831120	-55.9	49.9	69971058.414	
55679	170401	0.262295833150	-56.2	49.7	69971058.295	
55679	170402	0.262295839620	-56.2	49.7	69971058.321	
55679	170403	0.262295842590	-56.2	49.7	69971058.294	
55679	170404	0.262295839890	-55.9	49.8	69971058.319	
55679	170405	0.262295844230	-55.9	49.8	69971058.346	
55679	170406	0.262295853940	-55.9	49.8	69971058.295	
55679	170407	0.262295861360	-55.9	49.8	69971058.283	
55679	170408	0.262295862160	-56.0	49.9	69971058.304	
55679	170409	0.262295860170	-56.0	49.9	69971058.312	
55679	170410	0.262295862280	-56.0	49.9	69971058.247	

Après avoir collecté les fichiers 1 s des deux stations, le fichier contenant les résultats finaux est obtenu à l'aide de l'un des deux logiciels, que nous avons mis au point en langage C, utilisant chacun une méthode de traitement différente (voir chapitre 3). Dans la partie suivante, des organigrammes simplifiés des deux logiciels sont présentés.

## 4.2.2 Logiciel de traitement correspondant à la méthode itérative

Le logiciel de traitement correspondant à la méthode itérative décrite dans le chapitre 3 est détaillé dans cette partie.

### 4.2.2.1 Description des différentes étapes

La fonction de ce logiciel est de résoudre le système d'équations de la méthode deux voies phase en appliquant la méthode itérative décrite dans le chapitre 3.

Il transforme le système non linéaire de la méthode deux voies phase à un système linéaire à l'aide de la méthode Newton-Raphson tout en utilisant la décomposition en valeurs singulières pour résoudre le système linéaire obtenu. Des routines de Numerical Recipes [5] sont utilisées dans ce programme.

Avant de présenter l'organigramme (figure 4.7) du programme développé, ses différentes étapes sont décrites ci-dessous :

#### Etape 1 :

Les entrées du programme sont : les fréquences de transmission ( $F_{21}$  et  $F_{12}$ ) et de *ranging* ( $F_{11}$  et  $F_{22}$ ), la fréquence de l'horloge ( $f_{sys}$ ) et la fréquence d'émission ( $f_{tx}$ ).

Le vecteur estimation initiale ( $x$ ) est choisi par l'utilisateur d'une manière qu'il soit le plus proche possible de la solution attendue. Dans le cas contraire, cela peut conduire à la divergence du programme.

#### Etape 2 :

La matrice Jacobienne ( $\alpha$ ) et le vecteur résidu ( $\beta$ ) sont calculés par la fonction `usrfun()`.

#### Etape 3 :

La fonction `mnewt()` est une routine de Numerical Recipes permettant d'appliquer la méthode de Newton-Raphson à un système d'équations non linéaires donné. On utilise cette routine en choisissant la méthode de décomposition en valeurs singulières pour la résolution du système linéaire obtenu. Pour cela, on fait appel à la routine `svdcmp()`. Cette routine permet d'effectuer la décomposition en valeurs singulières de la matrice Jacobienne. Les valeurs propres ( $w[i]$ ) ayant des valeurs très faibles sont considérées comme nulles à partir d'un certain seuil qu'on définit dans le programme.

#### Etape 4 :

La fonction `svbksb()`, qui est également une routine de Numerical Recipes, permet de calculer l'inverse de la matrice Jacobienne. Notons que les  $w[i]$  nulles n'interviennent pas dans ce calcul. Le vecteur correction ( $p$ ) est, à son tour, calculé par cette routine.

#### Etape 5 :

Le vecteur solution est mis à jour.

Les itérations sont répétées à partir de l'étape 2 jusqu'à ce que l'une des conditions ci-dessous soit satisfaite :

Condition 1 :  $\sum_{i=1}^n f_i(X) < tolf$

Condition 2 :  $\sum_{i=1}^n \delta x_i < tol x$

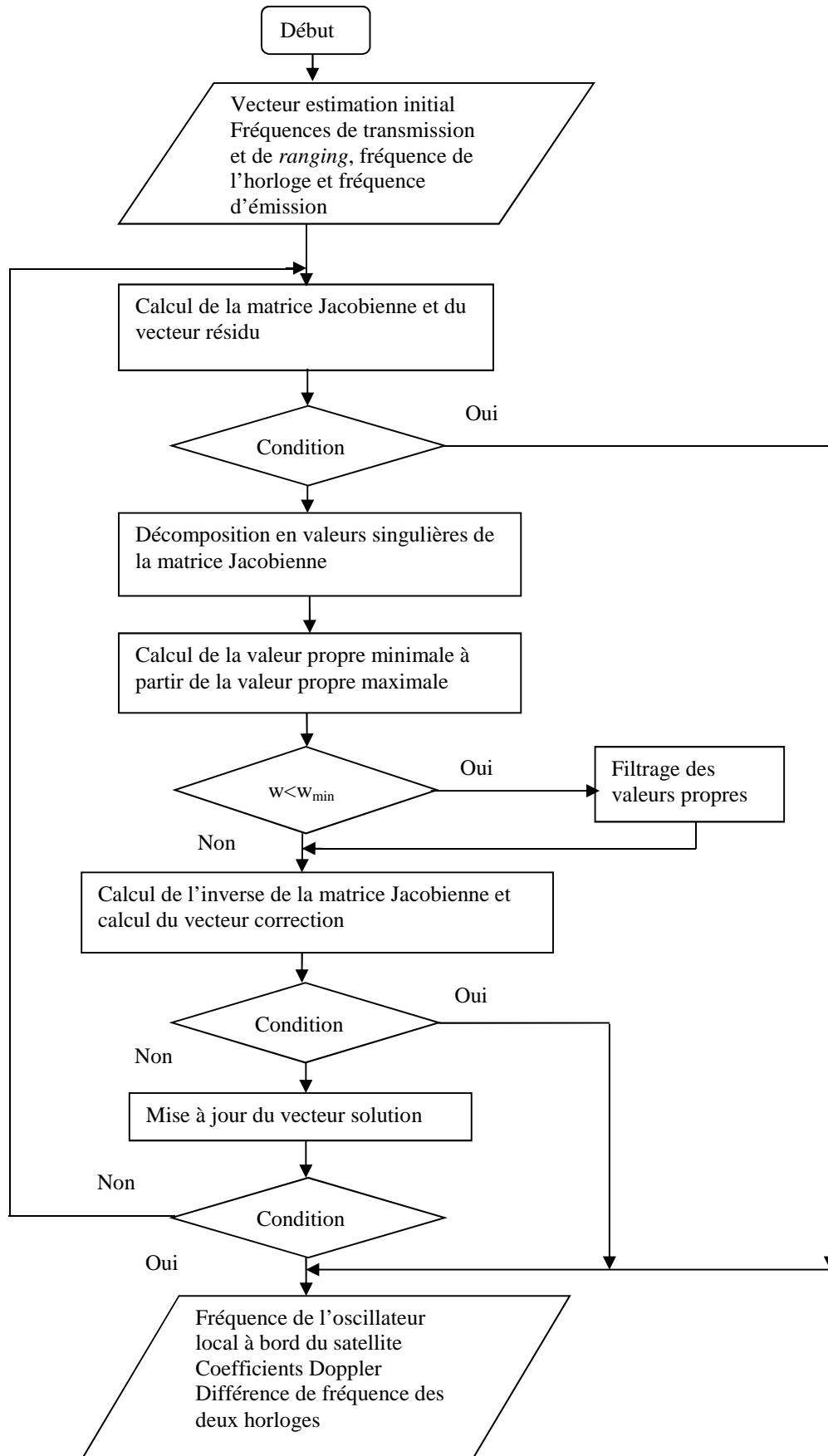
$tolf$  et  $tol x$  sont les tolérances associées aux critères d'arrêt liées à la convergence du système, fixées au début du programme (voir chapitre 3).

Condition 3 : On limite le nombre d'itérations de la méthode Newton-Raphson à un certain nombre  $N_{trial}$  fixé au début du programme.

#### Etape 6 :

La sortie du programme est la matrice Jacobienne, le vecteur résidu, le vecteur correction ainsi que le vecteur solution composé de : La fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite  $f_{slo}$ , les coefficients Doppler et la différence de fréquence entre les horloges  $df$ .

### **4.2.2.2 Organigramme**





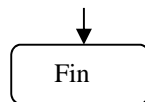


Figure 4.7 : Organigramme du logiciel de traitement correspondant à la méthode itérative

### 4.2.3 Logiciel de traitement correspondant à la méthode directe

Le logiciel de traitement correspondant à la méthode directe décrite dans le chapitre 3 est détaillé dans cette partie.

#### 4.2.3.1 Description des différentes étapes

Ce logiciel permet de calculer la différence de fréquence entre les deux horloges en comparaison en se basant sur la méthode directe développée dans le chapitre 3. Les coefficients Doppler et la fréquence de l'oscillateur local du satellite sont calculés également.

Avant de présenter l'organigramme (figure 4.8) du programme développé, on explique ses différentes étapes :

##### Étape 1 :

Le programme prend comme entrée les quatre fichiers 1 s décrit dans la partie 4.2.1. Chaque fichier comprend les mesures liées à un signal reçu par une station donnée.

##### Étape 2 :

Suppression des données erronées (cas où deux mesures d'intervalles de temps successives sont égales, cette erreur étant liée à un défaut du modem).

##### Étape 3 :

Calcul des coefficients Doppler à 1 s, à partir des mesures d'intervalles de temps du signal du *ranging*.

##### Étape 4 :

Calcul de la moyenne des coefficients Doppler sur 30 s.

##### Étape 5 :

Calcul de la fréquence de l'oscillateur local du satellite à partir de l'équation (3.23) décrite dans le chapitre 3.

##### Étape 6 :

Calcul de la différence de fréquence des deux horloges à partir des équations (3.22) et (3.24).

Étape 7 : La sortie du programme est un fichier représenté dans le tableau 4.2 dont les principaux champs sont les suivants:

- MJD est le jour julien modifié
- hh désigne l'heure UTC
- mm est la minute UTC
- ss représente la seconde UTC
- $k_1$  représente le coefficient Doppler correspondant à la station 1
- $k_{1\text{moy}}$  désigne la moyenne glissante des coefficients Doppler sur 30 s correspondants à la station 1
- $f_{\text{slo1}}$  est la fréquence de l'oscillateur local du satellite calculée par rapport à la station 1
- retard1 représente les mesures d'intervalles de temps (1 pps TX – 1pps RX) effectuées par le TIC interne du modem de la station 1
- $f_{11}$  est la fréquence du signal *ranging* reçue par la station 1
- $f_{21}$  est la fréquence du signal *two-way* reçue par la station 2
- $f_{12}$  est la fréquence du signal *two-way* reçue par la station 1
- $f_{22}$  est la fréquence du signal *ranging* reçue par la station 2
- retard2 représente les mesures d'intervalles de temps (1 pps TX – 1pps RX) effectuées par le TIC interne du modem de la station 2
- cm1 représente la différence de fréquence fractionnelle entre les deux horloges calculée à l'aide de l'équation (3.22) donnée dans la partie 3.4.1 du chapitre 3
- cm2 représente la différence de fréquence fractionnelle entre les deux horloges calculée à l'aide de l'équation (3.24) donnée dans la partie 3.4.1 du chapitre 3
- eq correspond à la relation (3.21) déduite à partir des équations du système donnée dans la partie 3.4.1 du chapitre 3.

Tableau 4.2 : Contenu d'un fichier de traitement

*MJD	hhmmss	k1	k1moy	fslol	retard1	f11	f21	f12	f22	retard2	cm1	cm2	eq
55736	120549	-1.49e-09	-1.62e-09	3299998921.967	0.262285032300	69971036.983	69971036.980	69971037.004	69971036.998	0.262270652967-9.75E-13	-9.23E-13	-1.61E-13	
55736	120550	-1.55e-09	-1.64e-09	3299998921.401	0.262285029200	69971037.149	69971037.134	69971037.149	69971037.143	0.262270651602-7.76E-13	-9.33E-13	4.84E-13	
55736	120551	1.22e-09	-1.67e-09	3299998920.547	0.262285031640	69971037.126	69971037.119	69971037.177	69971037.170	0.262270645567-2.56E-12	-2.56E-12	0.00E+00	
55736	120552	-6.30e-10	-1.64e-09	3299998921.441	0.262285030380	69971037.141	69971037.157	69971037.097	69971037.106	0.262270643127 2.75E-12	2.88E-12	-3.76E-13	
55736	120553	-4.65e-09	-1.67e-09	3299998920.394	0.262285021070	69971037.223	69971037.187	69971037.262	69971037.221	0.262270641307-2.89E-12	-2.80E-12	-2.69E-13	
55736	120554	-1.41e-09	-1.67e-09	3299998920.623	0.262285018260	69971037.154	69971037.177	69971037.143	69971037.168	0.262270636662 1.25E-12	1.21E-12	1.08E-13	
55736	120555	-9.65e-10	-1.71e-09	3299998919.608	0.262285016330	69971037.136	69971037.124	69971037.130	69971037.135	0.262270629847-6.22E-13	-9.19E-13	9.14E-13	
55736	120556	1.39e-09	-1.66e-09	3299998920.898	0.262285019110	69971037.174	69971037.175	69971037.167	69971037.165	0.262270627937 4.37E-13	4.89E-13	-1.61E-13	
55736	120557	-3.03e-09	-1.68e-09	3299998920.392	0.262285013060	69971037.088	69971037.087	69971037.088	69971037.069	0.262270623277 4.68E-13	7.83E-13	-9.68E-13	
55736	120558	-4.34e-09	-1.64e-09	3299998921.353	0.262285004370	69971037.135	69971037.120	69971037.158	69971037.150	0.262270623957-1.77E-12	-1.89E-12	3.76E-13	
55736	120559	-1.41e-09	-1.71e-09	3299998919.562	0.262285001560	69971037.066	69971037.066	69971037.054	69971037.053	0.262270618552 5.73E-13	5.91E-13	-5.39E-14	
55736	120600	-1.12e-09	-1.80e-09	3299998917.320	0.262284999330	69971037.102	69971037.086	69971037.104	69971037.097	0.262270612992-9.02E-13	-1.06E-12	4.84E-13	
55736	120601	-2.64e-09	-1.79e-09	3299998917.599	0.262284994050	69971037.051	69971037.054	69971037.071	69971037.071	0.262270614307-7.20E-13	-6.67E-13	-1.61E-13	
55736	120602	-1.22e-09	-1.77e-09	3299998918.260	0.262284991610	69971037.022	69971037.020	69971037.031	69971037.021	0.262270610132-2.55E-13	-1.15E-13	-4.30E-13	
55736	120603	-9.35e-10	-1.74e-09	3299998918.963	0.262284989740	69971037.007	69971036.960	69971037.022	69971036.975	0.262270605712-2.32E-12	-2.32E-12	8.01E-17	
55736	120604	-1.97e-09	-1.70e-09	3299998919.947	0.262284985800	69971037.027	69971037.042	69971037.035	69971037.059	0.262270603582-9.08E-14	-2.48E-13	4.84E-13	
55736	120605	-2.43e-09	-1.68e-09	3299998920.553	0.262284980930	69971037.032	69971037.038	69971037.032	69971037.041	0.262270595987 1.26E-13	7.34E-14	1.61E-13	
55736	120606	-8.10e-10	-1.71e-09	3299998919.645	0.262284979310	69971037.012	69971037.019	69971037.027	69971037.031	0.262270595672-3.53E-13	-3.01E-13	-1.61E-13	
55736	120607	-2.59e-09	-1.81e-09	3299998917.120	0.262284974130	69971036.964	69971036.961	69971036.935	69971036.941	0.262270592152 9.61E-13	8.04E-13	4.84E-13	
55736	120608	-1.51e-09	-1.87e-09	3299998915.698	0.262284971110	69971036.944	69971036.893	69971036.965	69971036.904	0.262270589357-2.46E-12	-2.28E-12	-5.38E-13	
55736	120609	-2.77e-09	-1.78e-09	3299998917.957	0.262284965570	69971036.946	69971036.949	69971036.925	69971036.928	0.262270583152 1.06E-12	1.06E-12	0.00E+00	

#### 4.2.3.2 Organigramme

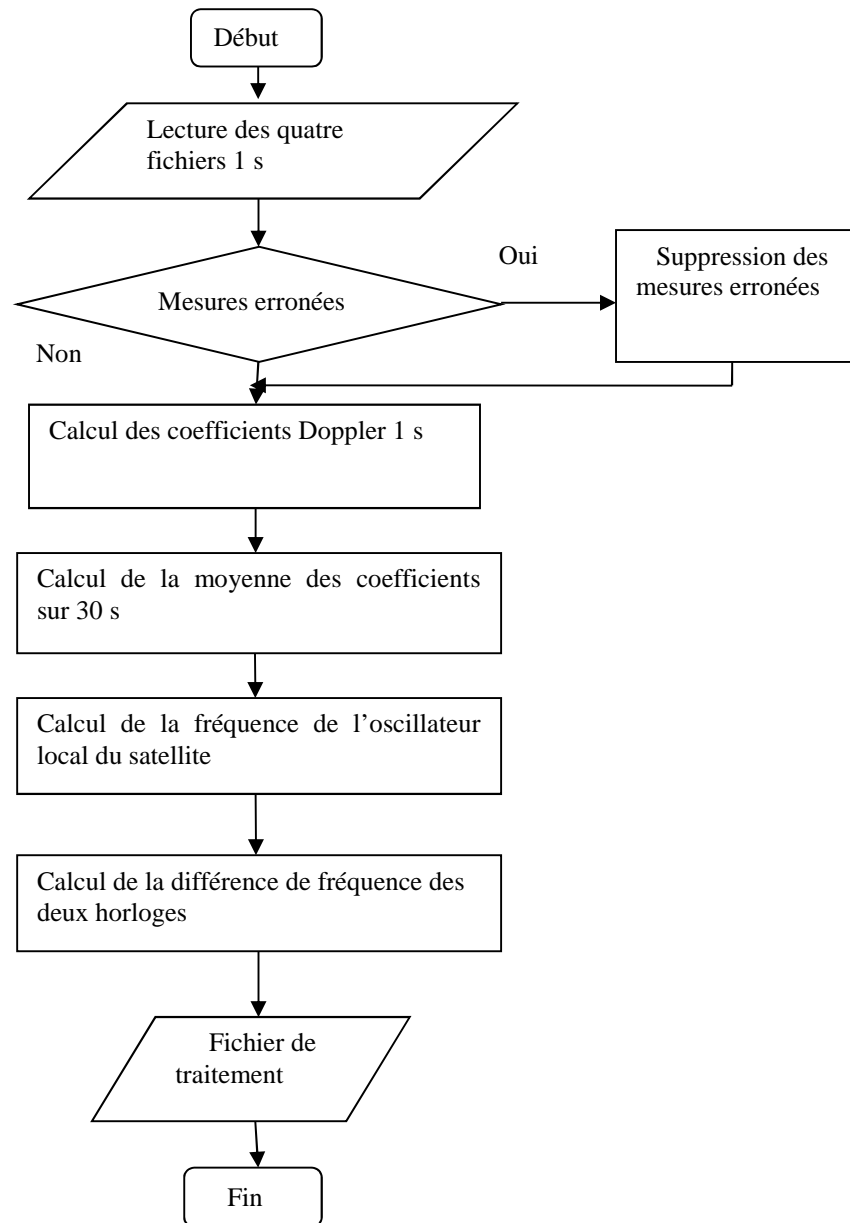


Figure 4.8 : Organigramme du logiciel de traitement correspondant à la méthode directe

## Conclusion

Dans le cadre des travaux de thèse, deux stations OP01 et OP02 du laboratoire composant le banc de mesure ont été utilisées pour la mise en œuvre expérimentale de la méthode deux voies phase. Suite à l'observation de certains effets dans les résultats de mesures phase (voir chapitre 5), nous avons fait appel au simulateur de satellite développé au sein du laboratoire

afin de comprendre leurs origines. Dans ce chapitre nous avons décrit les différents équipements composant les stations OP01 et OP02 ainsi que le simulateur de satellite. Les logiciels mis au point afin de piloter le banc de mesure, d'effectuer l'acquisition et l'enregistrement des données échantillonnées sur 1 s sont également décrits en détail. Et pour terminer ce chapitre, nous avons présenté les deux logiciels de traitement des données de mesure phase permettant le calcul de la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite, les coefficients Doppler ainsi que la différence de fréquence entre horloges atomiques en comparaison.

## Références bibliographiques

- [1] J. ACHKAR et P. MERCK, Comparaisons d'horloges atomiques au sol par liaisons micro-ondes deux voies avec un satellite de télécommunications, *Revue française de métrologie*, (6):9–24, 2006.
- [2] P. Merck, Développement d'une station terrienne de comparaisons d'horloges atomiques par liaisons micro-ondes avec un satellite de télécommunications, Thèse de doctorat, 2005.
- [3] J. ACHKAR, Conception, réalisation et utilisation d'un simulateur de satellite dans une station deux voies de comparaison d'horloges par satellite, *Revue française de métrologie*, (24) pp. 9–22, 2010.
- [4] P. Merck et J. Achkar, Design of a Ku band delay difference calibration device for TWSTFT station, *IEEE Instr. & Meas.*, 54, pp. 814-818, 2005.
- [5] W.H. Press. Numerical recipes: the art of scientific computing, Cambridge Univ Pr, 2007.

# Chapitre 5.

## Résultats de l'expérience deux voies phase au LNE-SYRTE

### Introduction

Ce chapitre décrit la partie expérimentale des travaux effectués dans le cadre de la mise en œuvre de la méthode TWSTFT phase au LNE-SYRTE.

Dans la première partie, une description détaillée de l'expérience est donnée. Les résultats de l'application de cette technique en collocation entre OP01 et OP02 en horloge commune sont ensuite exposés en partant de la validation initiale du système d'équations de la méthode suivie du calcul des paramètres principaux intervenants dans les équations tels que les coefficients Doppler et la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite.

A partir des données de mesures de fréquence enregistrées chaque seconde par les deux stations en collocation et les paramètres principaux calculés, la différence de fréquence entre les horloges atomiques au sol en comparaison est déterminée. De plus et à titre purement expérimental de faisabilité, des mesures deux voies phase ont été effectuées ponctuellement avec PTB et Timetech, sur une durée globale d'un mois, démontrant l'originalité de cette expérience inédite conduite pour la première fois en Europe, à notre connaissance. Bien entendu, les performances de cette technique restent à démontrer et dépassent le cadre des travaux de cette thèse.

### 5.1 Description de l'expérience

Des mesures de phase ont été effectuées en collocation en utilisant les deux stations du laboratoire, OP01 et OP02, alimentées par une même horloge atomique micro-ondes, en l'occurrence le maser à hydrogène actif HM-890 et en utilisant le satellite TELSTAR 11 N en bande Ku. De point de vue pratique, les tests ont été effectués avec la même fréquence micro-ondes émise par les deux stations en utilisant deux codes pseudo aléatoires de bruit à 1 MChips/s et recevant chacune deux signaux (*ranging* et *two-way*) avec enregistrement des données de fréquences des porteuses et des intervalles de temps échantillonnés sur 1 s. Comme les sessions régulières TWSTFT code sont programmées aux heures UTC paires, la plupart des tests TWSTFT phase ont été effectués aux heures UTC impaires. Une seule exception : des mesures continues 1 s d'une durée de 3 jours ont été également réalisées, ce qui a nécessité l'interruption des sessions régulières.

Et pour terminer cette expérience dans le cadre de cette thèse, une comparaison préliminaire trilatérale a été menée mettant en œuvre des sites indépendants et des horloges distantes.

Des mesures complémentaires ont été jugées nécessaires dans le but de comprendre des phénomènes d'instabilités de fréquence observés sur des courtes durées (quelques centaines de secondes) faisant appel au simulateur de satellite développé au laboratoire ou encore permettant de déterminer un seuil de bruit limité par les modems composant les stations. Bien entendu, tout cela étant géré par des logiciels adaptés pour le pilotage des équipements et l'acquisition des mesures ou encore par des logiciels de traitement des données spécifiquement développés. Ces logiciels ont été décrits dans le chapitre 4.

## 5.2 Validation expérimentale du système d'équations

Dans le but de valider expérimentalement le système d'équations phase ainsi construit, une relation remarquable entre les quatre fréquences des porteuses doit être vérifiée. La première étape a consisté à définir et ajuster le bilan de liaison (fréquences, puissance, affaiblissement, pertes d'insertion, propagation atmosphérique, fréquence de translation du satellite, etc. ...). Ainsi, nous avons pu mettre en évidence un problème de décalage de fréquence, qui varie selon la fréquence micro-ondes appliquée.

Un décalage entre les fréquences micro-ondes émises par les deux stations OP01 et OP02 a été détecté en visualisant les fréquences mesurées par les deux modems. Afin de déterminer l'amplitude exacte de ce décalage, des mesures de phase ont été réalisées sur une durée de 800 s en collocation entre OP01 et OP02, toutes deux pilotées par la même horloge en faisant varier la fréquence du signal émis par la station OP02 sur des tranches de 60 s par pas de 1 Hz, entre 1 Hz et 3 Hz, puis par pas de 0,1 Hz entre 3 Hz et 4 Hz en calculant à chaque intervalle la différence de fréquence relative d'après l'équation (3.22) (figure 5.1). Une valeur de défaut autour de 3,6 Hz a été obtenue. Cette valeur a été avérée non constante et peut donc varier de 0 Hz à 10 Hz en fonction des fréquences micro-ondes choisies.

Ce problème attribué aux convertisseurs de fréquence équipant OP02 a pu être contourné par le remplacement des transpositions d'émission et de réception, l'une produisant une fréquence décalée de la fréquence nominale de 3,6 Hz. Ces derniers permettent de translater le spectre du signal, sans en altérer le contenu, soit vers une fréquence plus basse afin de le transmettre en fréquence intermédiaire (70 MHz) en partant d'une fréquence micro-ondes (transposition de réception), soit l'inverse (transposition d'émission). Cette étape a été indispensable puisqu'il s'agit d'une des hypothèses de la méthode développée ici, à vérifier et à valider avant de pouvoir aller plus loin dans nos expériences.

Nous nous sommes ensuite intéressés à vérifier par la mesure, la relation (3.21) du système d'équations évoquée dans le chapitre 3 :

$$F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21} = 0$$

Les résultats de mesure sont illustrés dans la figure 5.2, où une série de mesure phase d'une durée de 800 s a été effectuée en collocation en horloges commune. On remarque que la différence entre le produit des fréquences normées des signaux réfléchis et transmis présente une moyenne égale à  $4,56 \times 10^{-15}$  avec un écart type de  $4,33 \times 10^{-13}$ , ce qui constitue un excellent résultat de validation de base du système d'équations phase.

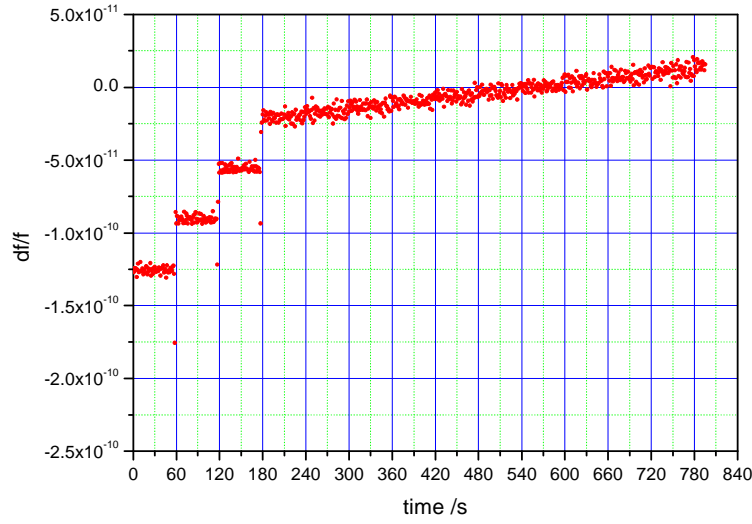


Figure 5.1: Défauts de fréquence en provenance des convertisseurs de fréquence mis en évidence par application de la méthode deux voies phase

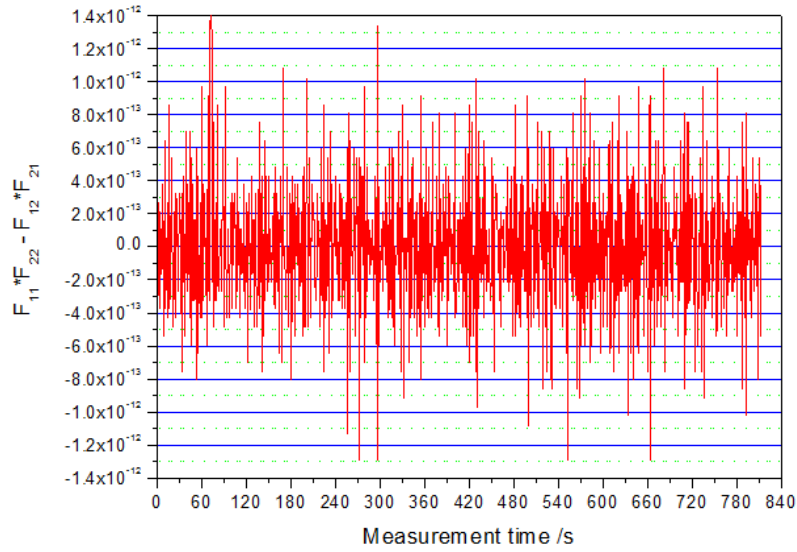


Figure 5.2 : Fluctuations du bruit résiduel de la relation  $F_{11}F_{22} - F_{12}F_{21}$

### 5.3 Détermination du coefficient Doppler

Des mesures de *ranging* par le code ont été effectuées avec la station OP01 sur une période de 3 jours afin de déterminer le coefficient Doppler rentrant dans le système d'équations du deux voies phase.



Le satellite utilisé T-11N étant de type géostationnaire, il décrit théoriquement une orbite circulaire se situant dans le plan de l'équateur et possède une période de révolution égale à la période de rotation de la Terre dont la valeur est de 23 h 56 min 4 s [1]. Par suite, sa vitesse angulaire de rotation est égale à celle de la Terre, le satellite paraît donc immobile par rapport à tout point de la Terre. Cependant, plusieurs effets engendrent l'altération de son orbite dans le temps, tel que l'attraction gravitationnelle que subit le satellite par le soleil et par la lune et la forme non circulaire de l'équateur terrestre. Le satellite décrit ainsi un mouvement radial de va et vient autour d'une position fixe. D'après la figure 5.3, on constate que ce mouvement est l'origine de variation sinusoïdale du retard mesuré (en bleu), cette variation relevée étant de l'ordre de 160  $\mu$ s.

A partir du retard du signal de *ranging*, on calcule la vitesse du satellite par rapport à OP01 et on déduit le coefficient Doppler  $k_1$  relatif à la station. On calcule ensuite la moyenne glissante de ce coefficient sur 30 s afin d'effectuer un lissage des valeurs échantillonnées à 1 s. La variation des coefficients Doppler, en fonction du temps, moyennée sur 30 s est illustrée sur la même figure par le tracé marron.

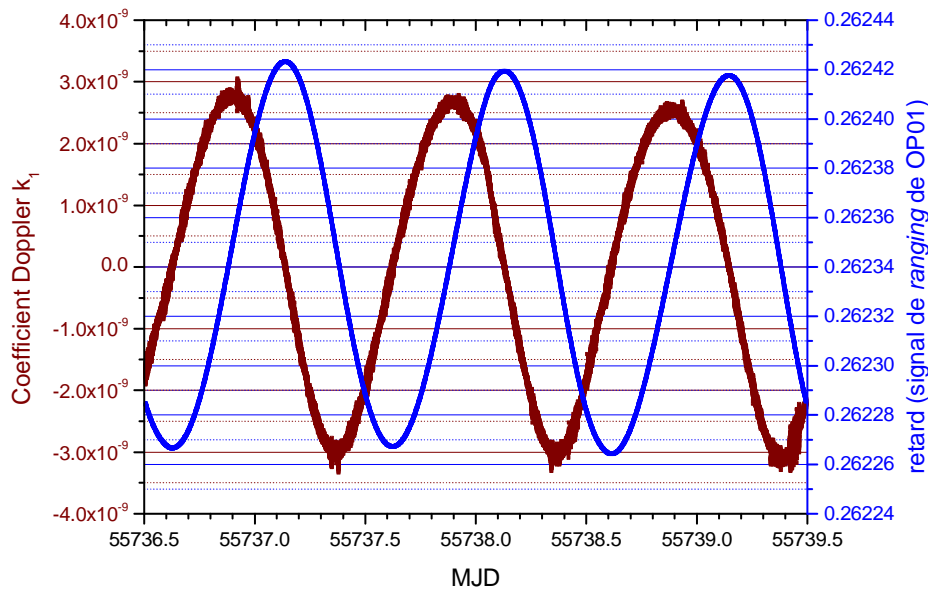


Figure 5.3 : Mesure du retard du signal de *ranging* et détermination du coefficient Doppler

## 5.4 Détermination de la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite

La fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite, calculée à partir de l'équation (3.23) donnée dans le chapitre 3, est représentée dans la figure 5.4. Cette fréquence est déterminée par rapport à l'une des deux stations à partir des coefficients Doppler calculés sur une période de 3 jours présentés sur la figure 5.3, et en tenant compte de la fréquence du signal de *ranging* relative à la station, mesurée par le modem.

On remarque que la courbe a une allure sinusoïdale d'une période d'environ 24 h et d'une amplitude crête-crête de l'ordre de 300 Hz, avec des sauts de fréquences journaliers qui se produisent dans la seconde moitié de la journée à des moments précis.

Pour comprendre l'origine de ces sauts, nous avons considéré les données brutes de fréquence des signaux reçus par les deux stations, mesurées par les modems. La figure 5.5 illustre la variation de ces fréquences sur la même période que celle présentée dans la figure 5.4. Les quatre fréquences étant superposées, un décalage de 100 Hz entre ces quatre fréquences est appliqué afin de pouvoir visualiser leurs variations sur le même graphe. On observe les mêmes distorsions sur ces quatre fréquences aux mêmes moments de la journée.

En partant de l'hypothèse que l'origine de ces sauts provient du changement de température à bord du satellite, nous avons effectué des mesures de *ranging* aux alentours de la période de l'équinoxe. En effet, un équinoxe est atteint lorsque le Soleil est exactement au zénith sur l'équateur terrestre. Il se produit deux fois dans l'année : le premier entre le 20 mars et le 22 mars, le deuxième entre le 20 septembre et le 22 septembre. Or 21 jours avant et après l'équinoxe, le satellite passe dans l'ombre de la terre (figure 5.6) une fois par jour pour une durée pouvant aller jusqu'à 70 minutes [1][2], ces éclipses constituent un choc thermique pour le satellite suite au changement de température important à bord. Ceci entraîne un bruit supplémentaire, traduit par des sauts d'amplitudes supérieurs à 50 Hz, qui apparaît clairement dans la figure 5.7, où la fréquence du signal de *ranging* reçue par la station OP01 est présentée sur une période de cinq jours aux alentours de l'équinoxe. Par ailleurs, les sauts de fréquence sont plus évidents se manifestant sur une durée d'environ 70 minutes chaque jour aux alentours de minuit durant cette période, ce qui confirme notre hypothèse. D'autres distorsions sont observées pendant d'autres moments de la journée, leur cause peut être liée au répéteur du satellite.

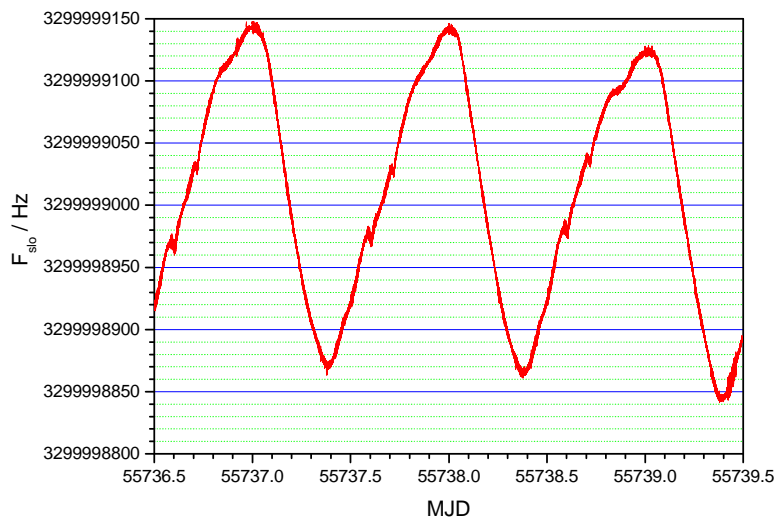


Figure 5.4: Détermination de la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite géostationnaire

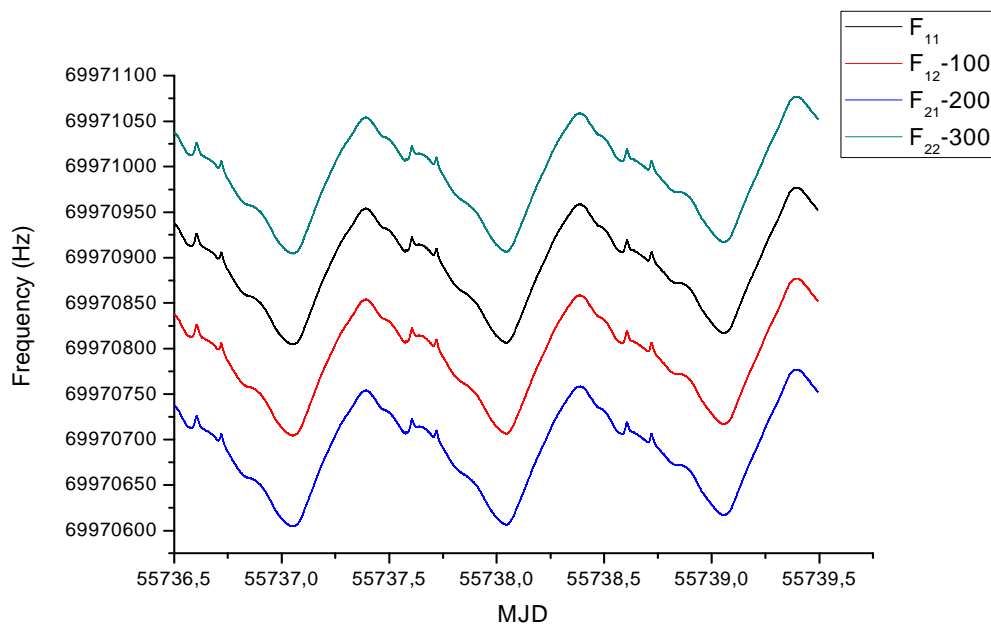


Figure 5.5 : Relevés de mesure des fréquences des porteuses FI reçues par les modems des deux stations

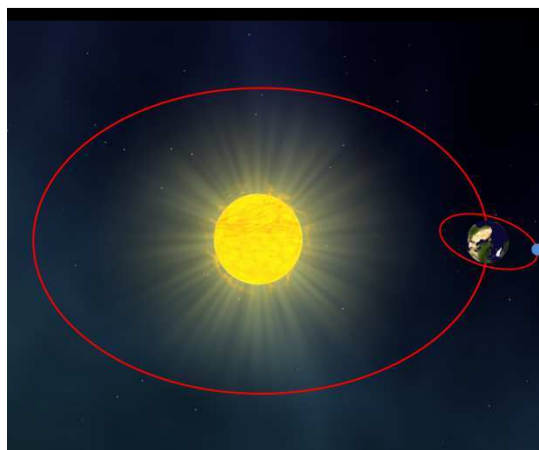


Figure 5.6 : Illustration du passage du satellite dans l'ombre de la terre pendant certaines périodes de mesures deux voies phase

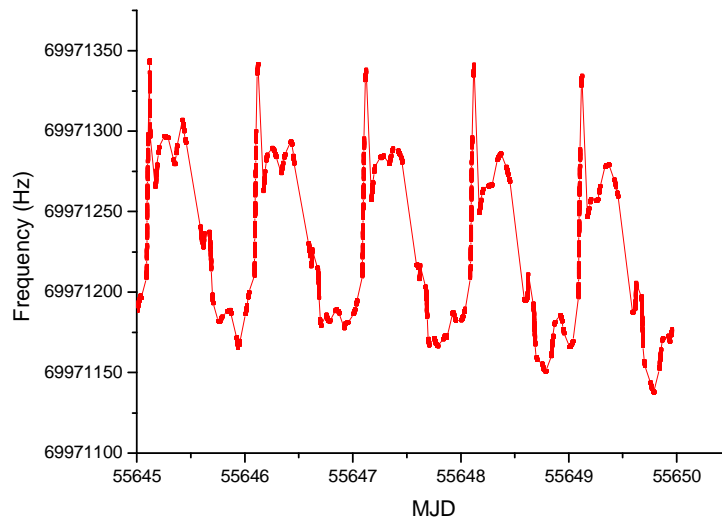


Figure 5.7: Observation de la distorsion de la fréquence de porteuse (*ranging*) liée au phénomène décrit sur la figure 6.6

## 5.5 Analyse de la stabilité de fréquence

La figure 5.8 représente l'écart relatif de fréquence sur une durée de mesure de 820 s. Des fluctuations de bruit de moyenne  $2,69 \times 10^{-14}$  sont observées, avec un écart type égal à  $9,32 \times 10^{-13}$ .

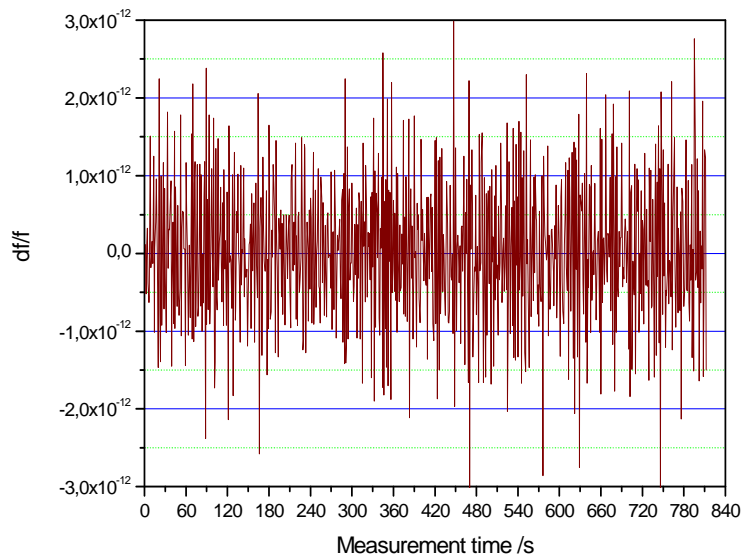


Figure 5.8 : Fluctuations du bruit résiduel sur l'écart relatif de fréquence déterminé par la méthode deux voies phase (en colocation)

Le bruit du lien micro-ondes entre OP01 et OP02 dont les données sont reportées sur la figure 5.8 a été caractérisé en termes d'écart-type d'Allan fréquentiel présenté dans la figure 5.9. Le niveau de bruit de mesure à 1 s de l'expérience atteint une stabilité de temps de 0,7 ps et de fréquence de  $1,12 \times 10^{-12}$ , en utilisant une porteuse micro-ondes modulée par un code pseudo-aléatoire de bruit de largeur 1 MChips/s. Après un temps d'intégration égal à 128 s, la stabilité de fréquence du lien atteint une valeur de  $2,48 \times 10^{-14}$ .

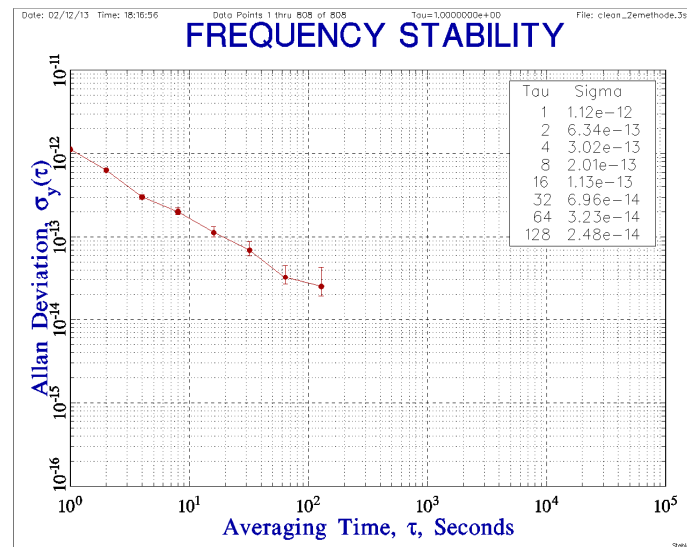


Figure 5.9 : Stabilité de fréquence du lien deux voies phase OP01-OP02

En faisant durer l'expérience en continu sur plusieurs jours (ici 3 jours) entraînant une interruption de nos données dans le raccordement au TAI/UTC par TWSTFT, une signature type des données phase est tracée sur la figure 5.10. Après élimination des points au-delà de 3 sigma (*outliers*), une moyenne égale à  $-3,2 \times 10^{-17}$  et un écart type de  $4,61 \times 10^{-13}$  sont obtenus.

D'après la figure 5.11, le niveau de bruit de mesure à 1 s de l'expérience atteint une stabilité de fréquence de  $1,78 \times 10^{-12}$  à 1 s. Après un temps d'intégration égal à 32 s, la stabilité de fréquence atteint  $9,97 \times 10^{-14}$ . Le lien OP01-OP02 présente un bruit blanc de phase (pente en  $\tau^{-1}$ ) pour une durée d'intégration inférieure à 30 s. Ensuite une dégradation importante de la stabilité apparaît avec une amplitude égale à  $1,03 \times 10^{-13}$  après un temps d'intégration de 300 s, bruit de scintillation de fréquence (pente en  $\tau^0$ ). D'après de nombreux tests effectués, nous avons constaté que l'amplitude et la période de cette dégradation sont variables relativement ce qui explique la disparition de la dégradation dans la figure 5.9. Des observations plus détaillées ont été menées afin de comprendre les effets qui sont à l'origine de cette dégradation (annexe 3). Sans toutefois aboutir à une évidence approuvée, nous avons jugé utile de procéder par élimination de grands effets comme le satellite ou encore l'atmosphère, chose possible dans notre laboratoire et qui n'a jamais été traitée convenablement par le passé (dans la littérature) à notre connaissance.

Dans ce contexte, on fait appel au simulateur de satellite développé au laboratoire, dans le but de caractériser les trajets émission et réception de la station OP01 tout en éliminant les effets extérieurs venant du satellite et de la propagation atmosphérique. C'est l'objet du paragraphe suivant.

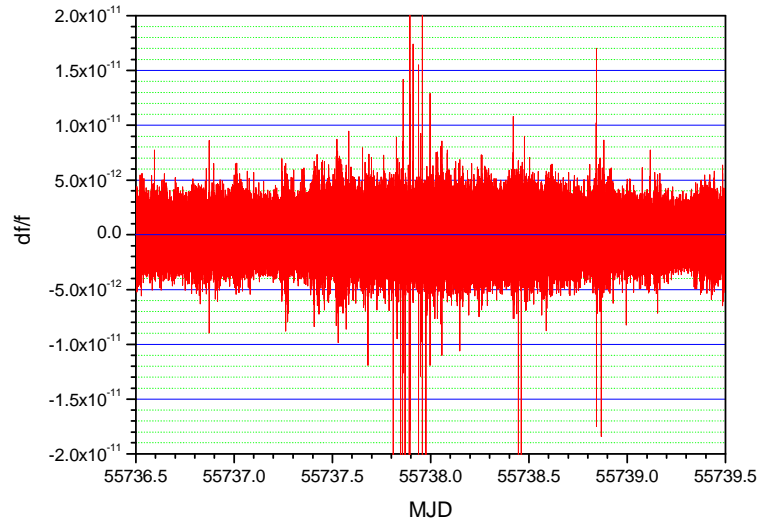


Figure 5.10 : Fluctuations du bruit résiduel sur une période de 3 jours de l'écart relatif de fréquence déterminé par la méthode deux voies phase (en colocation)

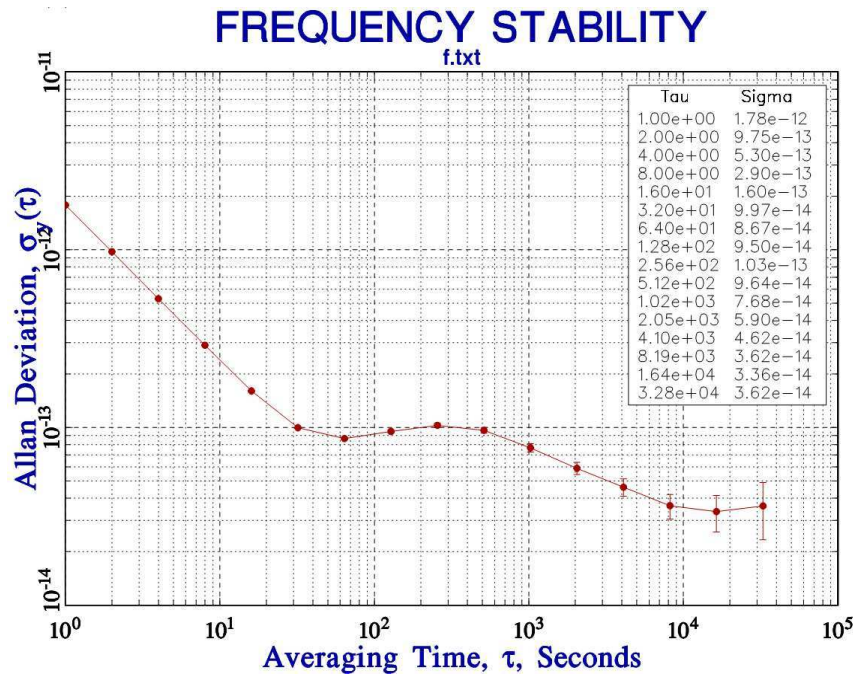


Figure 5.11: Stabilité de fréquence du lien deux voies phase OP01-OP02 montrant une dégradation à partir de 300 s (après élimination des points au-delà de 3 sigma)

## 5.6 Utilisation du simulateur de satellite

Afin d'essayer de comprendre l'origine des effets ayant causé la dégradation de la stabilité du lien TWSTFT phase, nous avons dans un premier temps utilisé le simulateur de satellite développé au laboratoire [3][4].

Ce dispositif permet de travailler en local en éliminant les effets atmosphériques ainsi que les effets venant du satellite.

Trois séries de mesures sont présentées dans cette partie, en utilisant les fréquences micro-ondes en opération sur les liaisons montantes et descendantes du réseau européen avec une troisième fréquence micro-ondes ayant un rapport signal à bruit élevé (conséquence des travaux présentés dans le chapitre 2). Chaque expérience menée dure environ 35 minutes.

Les paramètres de la station et du simulateur sont donnés dans le tableau 5.1 selon la configuration choisie.

Tableau 5.1 : Paramètres des deux modes émission par le simulateur et réception par le simulateur après changement de répéteur de satellite

	Émission par la station/ Réception par le simulateur	Émission par le simulateur/ Réception par la station
Modem SATRE-077	Fréquence: 70,025000 MHz Puissance émise: -21,0 dBm Puissance reçue: -55,2 dBm C/No: 66,7 dBHz Code 0 à 1,0 MChips/s	Fréquence: 70,025000 MHz Puissance émise: -3,0 dBm Puissance reçue: -53,5 dBm C/No: 49,7 dBHz Code 0 à 1,0 MChips/s
Transpositions de fréquence Miteq	U/C: 14,260125 GHz Affaiblissement: 21,0 dB	D/C: 10,960125 GHz Affaiblissement: 20,0 dB
Générateur de signaux Agilent E8247C	Fréquence OL: 14,190125 GHz Puissance OL: 10,0 dBm	Fréquence OL: 10,890125 GHz Puissance OL: 10,0 dBm
Agilent E3640A	Off	+ 5,136 V

### 5.6.1 Trajet émission par le simulateur et réception par la station

Avec une fréquence micro-ondes de réception égale à celle dédiée actuellement au lien européen du *two-way* code, le trajet de réception de la station OP01 est mesuré, en émettant

un signal de fréquence 14,190125 GHz par le simulateur, selon le schéma présenté dans la figure 5.12. Cependant, cette fréquence présente un rapport signal à bruit relativement faible. Pour cette raison, on effectue des mesures complémentaires avec une autre fréquence micro-ondes soigneusement choisie, présentant un excellent rapport signal à bruit. Les résultats du bilan de puissance dans les deux cas sont présentés dans la figure 5.13, les courbes en trait plein correspondent à la fréquence que nous avons choisie et les deux autres correspondent à la fréquence actuellement utilisée sur le lien descendant.

En comparant les courbes, il est clairement montré l'impact du bilan de puissance en fonction du choix des fréquences micro-ondes ; en effet, la disparition du bruit additif est clairement visible sur les courbes en trait plein. Cette dernière présente un rapport signal à bruit de 63,7 dB (excellent) alors qu'avec la fréquence actuellement opérationnelle sur le lien européen, un rapport signal à bruit de 49,8 dB (faible) est obtenu à la réception. Par conséquent, la caractérisation du bruit sur le trajet a été effectuée en considérant les deux cas proposés.

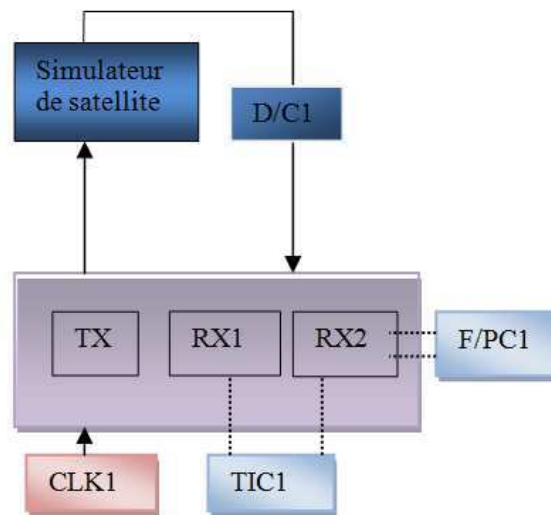


Figure 5.12: Configuration de test utilisant le simulateur de satellite (émission) et la station OP01



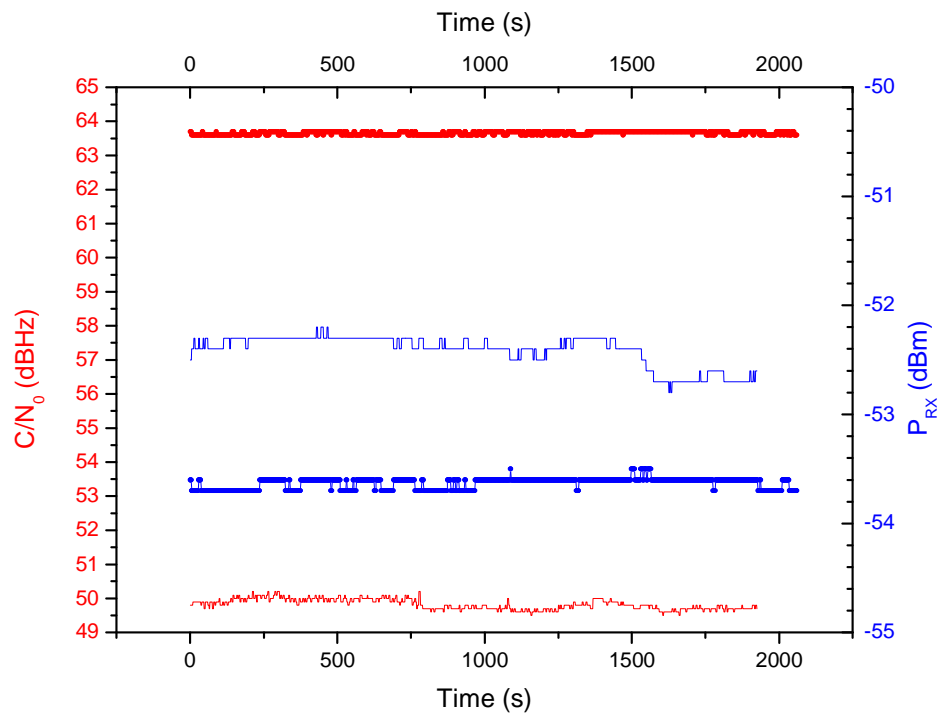


Figure 5.13 : Variation du rapport signal à bruit et de la puissance reçue du signal propagé sur le trajet simulateur - station, pour des fréquences micro-ondes distinctes ; fréquence sur le lien européen descendant-courbes en trait plein, fréquence choisie-autres courbes

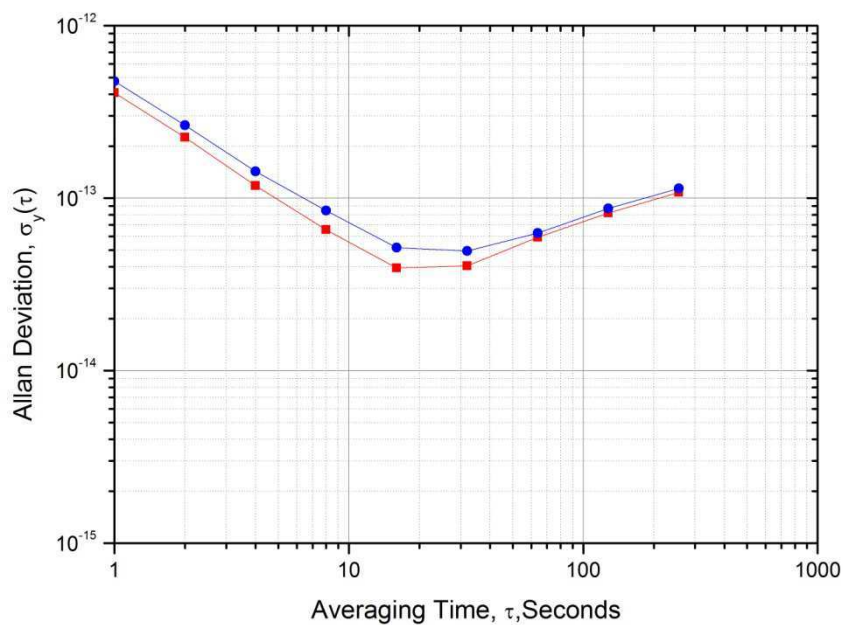


Figure 5.14 : Stabilité de fréquence du lien simulateur – station opérant avec deux fréquences micro-ondes distinctes (fréquence sur le lien européen descendant-bleu, fréquence choisie-rouge)

La figure 5.14 représente les tracés stabilités de fréquence, sous forme d'écart-type d'Allan, liées aux deux fréquences micro-ondes déjà évoquées. D'après cette figure, le bruit de mesure sur le trajet simulateur – station est extrêmement bas, inférieur à  $5 \times 10^{-13}$  à 1 s, pour deux cas distincts de bilan de puissance, avec pour avantage en termes de faible bruit dans le temps au trajet présentant un rapport signal à bruit de qualité. En revanche, la dégradation de la stabilité apparaît également ici à un temps d'intégration égal à 300 s, ce qui nous conduit à rechercher les causes au niveau des équipements et installations sur le site du laboratoire. Il s'agit d'une courbe type qui permet de situer nos mesures de phase de l'ensemble simulateur – station et qui montre clairement qu'une interpolation de nos mesures permettrait d'atteindre la stabilité des masers à seulement 100 s. Cette valeur est difficile à atteindre aujourd'hui par la mesure vue la dégradation de stabilité présente sur le lien.

### 5.6.2 Trajet émission par la station et réception par le simulateur

Dans cette partie, le trajet d'émission par la station est caractérisé en émettant un signal de fréquence micro-ondes en opération sur le lien montant (tableau 5.1) et en recevant ce signal à l'aide du simulateur, selon le schéma présenté dans la figure 5.15.

La stabilité de fréquence correspondant à la caractérisation de ce trajet est tracée dans la figure 5.16. Un comportement similaire à celui présenté dans la figure 5.14 est obtenu, ce qui nécessite une investigation plus poussée ; Objet du paragraphe 5.7.

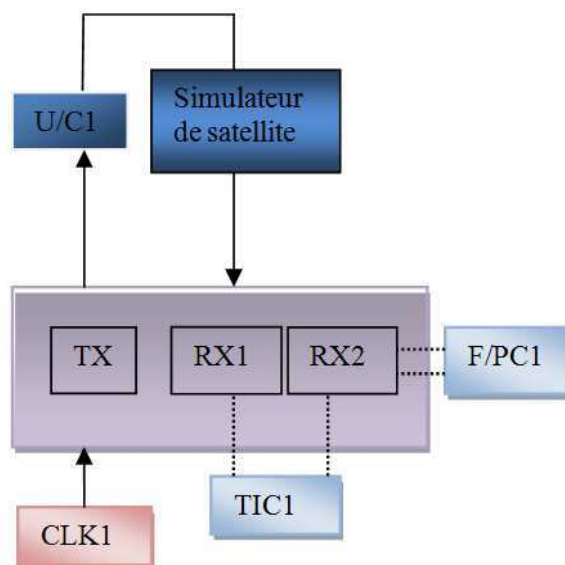


Figure 5.15: Configuration de test utilisant la station OP01 (émission) et le simulateur de satellite

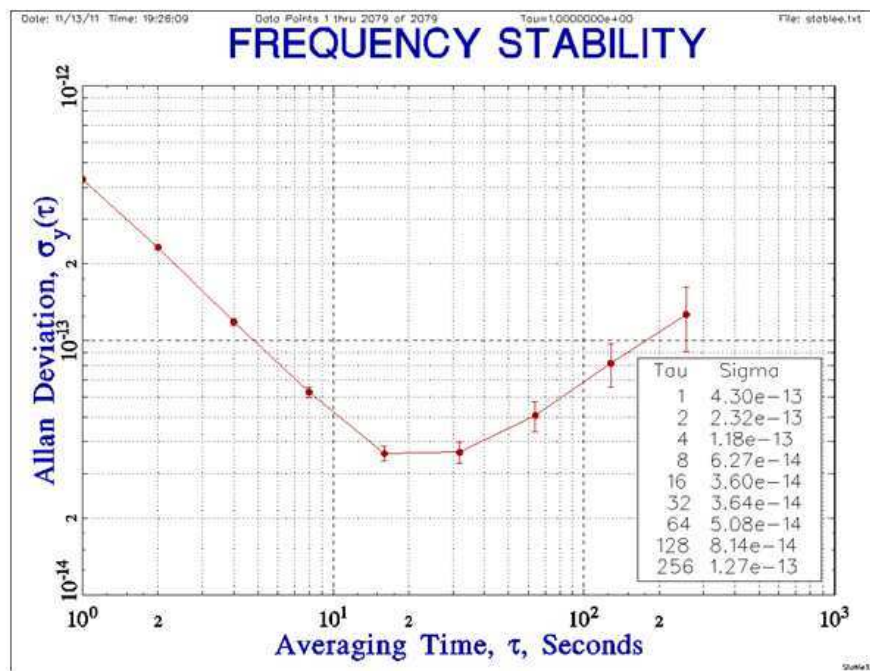


Figure 5.16 : Stabilité de fréquence du lien station – simulateur

### 5.6.3 Référence de fréquence externe des convertisseurs de fréquence

Un second test est réalisé en utilisant le simulateur du satellite, suivant le schéma présenté dans la figure 5.17, dans le but de vérifier si la référence d'horloge en entrée des convertisseurs de fréquence est la cause derrière la dégradation de stabilité du lien TWSTFT phase.

En effet, ce test reproduit l'expérience présentée dans la partie 5.6.2 qui consiste à émettre un signal micro-ondes par la station OP01 et le recevoir à l'aide du simulateur de satellite. Par contre, la différence entre les deux tests est que l'entrée du convertisseur de fréquence correspondant à la référence d'horloge est connectée dans ce cas directement sur le distributeur du signal 5 MHz d'horloge au lieu de la sortie 5 MHz du modem SATRE. D'après le tracé de la variation d'Allan illustré dans la figure 5.18, on observe la même dégradation au niveau de la stabilité de fréquence. Ce qui écarte l'hypothèse que la référence d'horloge peut être la cause derrière la dégradation de stabilité du lien TWSTFT phase.

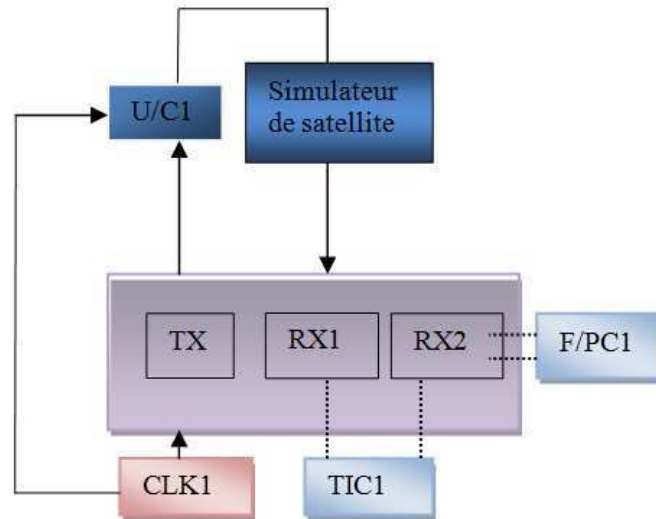


Figure 5.17 : Configuration de test (fréquence de référence) utilisant la station OP01 (émission) et le simulateur de satellite

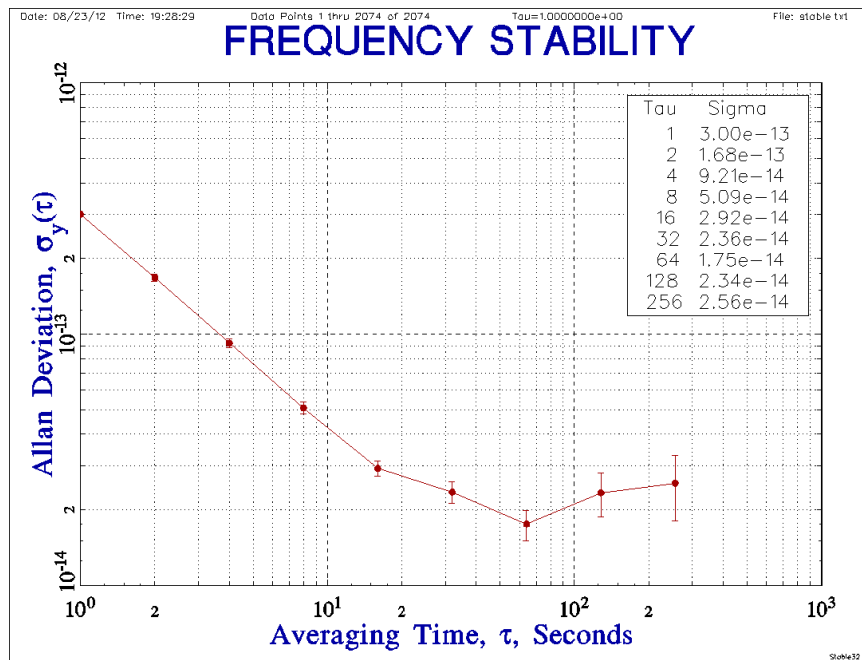


Figure 5.18 : Stabilité de fréquence du lien station – simulateur

## 5.7 Caractérisation des chaînes d'émission et de réception

Les expériences réalisées à l'aide du simulateur de satellite, dont les résultats ont été présentés dans la partie précédente, ont permis de lier la cause de la dégradation de la stabilité du lien

TWSTFT phase aux équipements de nos stations vu que l'utilisation du simulateur permet d'isoler les effets provenant du satellite et de la propagation atmosphérique. Pour cette raison, nous avons réalisé deux tests complémentaires permettant de valider cette hypothèse. Les résultats de ces tests sont donnés dans cette partie.

### 5.7.1 Caractérisation de l'émission et de la réception par un seul modem

Le but de ce test est d'isoler la partie radiofréquence du système (antennes, amplificateurs, convertisseurs de fréquences ...) et déterminer le seuil des mesures phase, en utilisant un seul modem alimenté par une horloge maser.

Ce test consiste à connecter la sortie 70 MHz du modem de la station OP02 à son entrée à l'aide d'un câble donné et repose sur l'émission par le modem d'une porteuse de fréquence intermédiaire à 70 MHz codée à 1 MChips/s et sa réception par ce modem sur une durée continue de 50 minutes (figure 5.19).

La stabilité de fréquence relative du signal reçu, autrement dit signal de *ranging* ( $F_{22}$ ), illustrée dans la figure 5.20, montre un bruit de mesure de  $5,88 \times 10^{-14}$  à 1 s, qui constitue le seuil de bruit des mesures *two-way* phase.

D'après cette figure, la stabilité de fréquence relative, atteint une valeur de  $6,15 \times 10^{-16}$  à 512 s, aucune dégradation n'est détectée au niveau de la stabilité de fréquence des signaux reçus, ce qui exclut les modems, à ce niveau, comme cause de la dégradation.

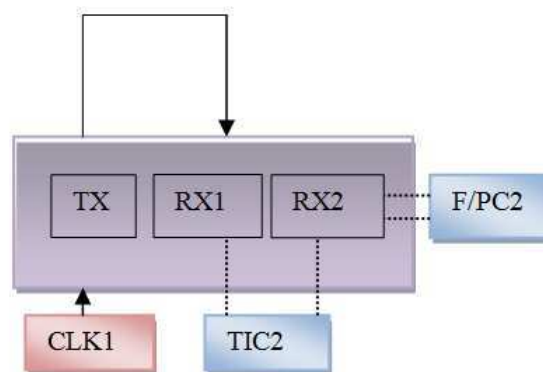


Figure 5.19 : Configuration de test avec le modem de la station OP02

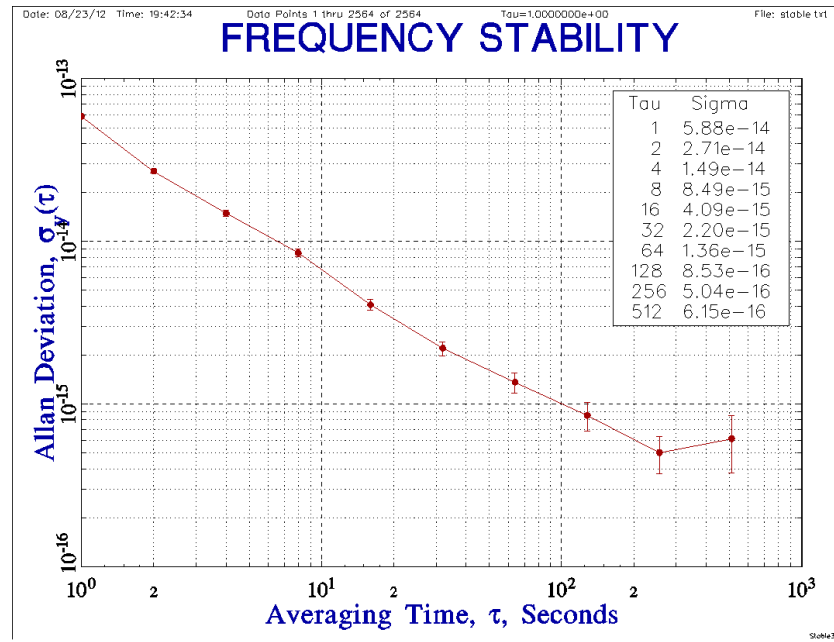


Figure 5.20 : Stabilité de fréquence du modem SATRE de OP02 fixant un seuil de bruit

### 5.7.2 Caractérisation de l'émission et de la réception par l'utilisation de deux modems

Le but du deuxième test est de reproduire l'expérience deux voies phase tout en éliminant toute la partie radiofréquence telles que les antennes, les amplificateurs et les convertisseurs de fréquences.

Ce test consiste à émettre une porteuse de fréquence 70 MHz codé à 1 MChips/s par les stations OP01 et OP02 simultanément en utilisant deux codes différents et en connectant les deux modems à la même horloge. En effet, la station 1 reçoit le signal provenant de la station 2 et inversement en connectant les modems des deux stations par deux câbles donnés selon le schéma présenté dans la figure 5.21. Or, après avoir calculé la différence entre les deux fréquences reçues par les deux modems, le tracé de la stabilité de fréquence relative montre que le bruit de mesure est de  $1,43 \times 10^{-13}$  à 1 s et ne reflète aucune dégradation de stabilité autour de 300 s et au-delà (figure 5.22).



## 5.8 Expérience préliminaire trilatérale entre PTB, Timetech et LNE-SYRTE

Avec un effort considérable des collègues de PTB et de Timetech, une mise en place d'une comparaison trilatérale inédite sur le continent Européen a été possible, qui a permis de tester la faisabilité d'une telle expérience sans juger réellement des performances d'un lien *two-way* phase établi entre sites distants. Deux laboratoires (PTB, LNE-SYRTE) et un fabricant d'équipements temps – fréquence (Timetech) ont participé à cette expérience. L'expérience consiste à émettre des signaux avec la même fréquence micro-ondes selon un programme défini sur une période d'un mois.

Le tracé de l'écart-type d'Allan des mesures faites entre OP et PTB obtenues par TWSTFT phase est présenté sur la figure 5.23 : le niveau de bruit de mesure du lien à 1 s affiche une stabilité de fréquence de  $2,58 \times 10^{-12}$  à 1 s, valeur relativement comparable à celle obtenue en collocation dans notre laboratoire. Le lien OP-PTB présente un bruit blanc de fréquence (pente en  $\tau^{-1/2}$ ) pour une durée d'intégration inférieure à 100 s. Après un temps d'intégration égal à 256 s, une stabilité de fréquence de  $8,71 \times 10^{-14}$  est atteinte suivie d'une dégradation attendue, de type bruit de scintillation de fréquence (pente en  $\tau^0$ ).

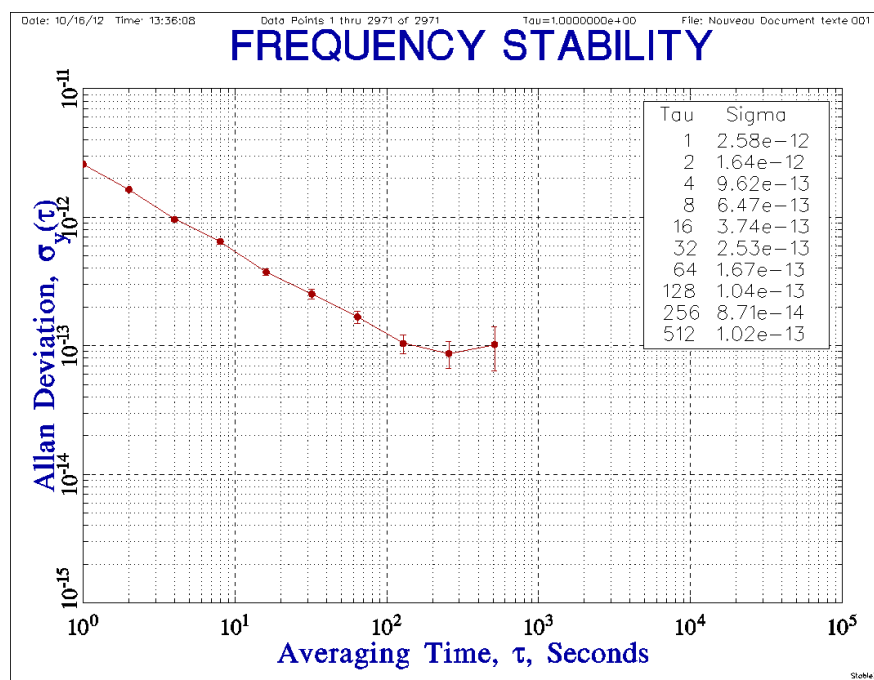


Figure 5.23 : Stabilité de fréquence du lien OP-PTB par TWSTFT phase

Il sera très intéressant à l'avenir de reconduire l'expérience, une fois les problèmes d'instabilités de fréquence sur un lien *two-way* phase soient effectivement localisés, identifiés et résolus.



## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principaux résultats de mesure obtenus par la mise en œuvre de la technique TWSTFT phase au laboratoire. Différentes configurations ont été considérées et qui ont permis de comprendre certains effets venant compléter ou corriger certains aspects traités dans le passé. Le travail est loin d'être terminé et doit se poursuivre dans la continuité afin de démontrer les capacités techniques très larges que permet la méthode TWSTFT phase. On retient de ce travail les performances expérimentales suivantes :

- Stabilité de fréquence de  $1 \times 10^{-12}$  à 1 s, avec deux stations en collocation alimentées par une même horloge atomique ;
- Stabilité de fréquence de  $3 \times 10^{-14}$  à 100 s, avec deux stations en collocation alimentées par une même horloge atomique ;
- Dégradation de cette stabilité à partir de 300 s ; par contre, l'extrapolation de la pente de stabilité indique une performance de l'ordre de quelques  $10^{-17}$  à 1 d.

Par comparaison avec des résultats récents présentés par le NICT en utilisant des modems NICT sur une distance de 150 km [5], les performances annoncées, en termes de stabilité d'Allan modifiée sont de  $4 \times 10^{-13}$  à 1 s,  $2,5 \times 10^{-14}$  à 100 s et  $3 \times 10^{-15}$  à 4000 s. Au-delà de cette valeur, une dégradation de stabilité, due à la variation de la température, apparaît. Néanmoins, l'extrapolation de la pente de stabilité indiquerait une performance de l'ordre de  $3 \times 10^{-16}$  à 1 d.

Par analogie avec des travaux conduits dans le passé [6], les résultats obtenus sont relativement comparables ; toutefois, le recours à l'utilisation du simulateur de satellite permettant d'identifier certains effets n'a pas été mené et l'on a attribué la cause de la dégradation de stabilité aux effets atmosphériques et au satellite.

Ainsi, l'originalité du travail expérimental présenté dans ce chapitre est l'emploi du simulateur de satellite permettant de comprendre l'origine de cette dégradation à un certain niveau. De plus, des expériences complémentaires visant à caractériser les chaînes d'émission et de réception des stations ont été également réalisées pour le même objectif. On conclut de l'ensemble des tests que l'origine de cette dégradation pourrait venir de la partie radiofréquence des stations et de leur environnement immédiat.

On retient de ce travail une mise en œuvre expérimentale réussie de cette technique qui a présenté un bruit de mesure à 1 s inférieur à toutes les techniques micro-ondes satellitaires en opération aujourd'hui, voire même à certaines horloges atomiques commerciales. Cependant, la dégradation de stabilité présente sur les liens TWSTFT phase nécessite des recherches encore plus approfondies. Une grande partie des résultats présentés dans ce chapitre ont été publiés dans [7].

## Références bibliographiques

- [1] Ouvrages collectif par des ingénieurs du Centre national d'études des télécommunications (France) and Centre national d'études spatiales (France), Télécommunications spatiales bases théoriques, Masson, 1982.
- [2] D.I. Dalgleish, An introduction to satellite communications, P. Peregrinus on behalf of the Institute of Electrical Engineers (London, U.K.), pp71-72, 1989.
- [3] P. Merck, Développement d'une station terrienne de comparaisons d'horloges atomiques par liaisons micro-ondes avec un satellite de télécommunications, PhD thesis, 2005.
- [4] J. ACHKAR, Conception, réalisation et utilisation d'un simulateur de satellite dans une station deux voies de comparaison d'horloges par satellite, Revue française de métrologie, (24):9–22, 2010.
- [5] M. Fujieda et al., Carrier-phase-based Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer, submitted to IEEE TUFFC.
- [6] B. Fonville et al., Development of carrier-phase-based two-way satellite time and frequency transfer (TWSTFT, Technical report, Proceedings of the 36<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval (PTTI) Systems and Applications Meeting, L. Breakiron (ed.). pp. 149-164, 2005.
- [7] A. Kanj, J. Achkar, D. Rovera, Characterization of OP TWSTFT stations in colocation based on combined use of code and carrier phase data, European Frequency and Time Forum (EFTF), 2012.



## Chapitre 6.

# Introduction au transfert de temps en code par lien fibré : étude préliminaire

### Introduction

Actuellement, les meilleures horloges atteignent des précisions et des stabilités de fréquence relative de quelque  $10^{-17}$  à 1 jour [1][2]. Or, afin de comparer ces horloges, un transfert de fréquence avec une stabilité meilleure doit être assuré. Pour cette raison, depuis quelques années, plusieurs chercheurs en Europe et dans le monde ont développé des liens optiques fibrés ultra-stable permettant un transfert de fréquence avec exactitude et une stabilité de l'ordre de  $10^{-18}$  à 3 heures.

Ce chapitre décrit l'expérience menée par le LNE-SYRTE et LPL (Laboratoire de Physique des Lasers-CNRS-Université Paris 13) développant une nouvelle méthode permettant d'effectuer simultanément un transfert de temps et de fréquence optique ultra-stable, sur un réseau public de télécommunication par fibres optiques portant des données numériques du trafic Internet sur une distance de 540 km, utilisant des fibres optiques [3]. Dans ce contexte, deux modems SATRE, installés dans les stations TWSTFT du LNE-SYRTE, ont été transportés au site du LPL afin d'être utilisés pour générer les signaux transmis par les fibres.

La technique ainsi développée utilise la méthode deux voies des liaisons satellitaires dédiées, mais en transmettant les signaux dans le domaine optique par fibre optique. Nous allons montrer qu'on peut obtenir par cette méthode de bien meilleure stabilité de fréquence et de temps à court terme, et que l'exactitude des comparaisons de fréquence peut être meilleure que celle des comparaisons par voies satellitaires.

En effet, l'exactitude de fréquence joue un rôle fondamental dans le domaine de géodésie, radioastronomie, physique des particules, et autres. Pour toutes ces applications l'exactitude en temps est également essentielle permettant de synchroniser deux sites distants. Le principe de cette technique ainsi que les principaux résultats obtenus seront décrit dans ce chapitre.

Les travaux réalisés dans le cadre de la thèse se limitent à appliquer le principe de la technique TWSTFT au transfert de temps par lien fibré à travers la mise à disposition des modems SATRE et leur intégration dans le banc optique, l'implémentation de nos logiciels d'acquisition et de traitement après leur adaptation au nouveau banc, puis le traitement de l'ensemble des données de transfert de temps par lien fibré pendant toute la durée de l'expérience, et enfin la contribution dans l'évaluation des principales composantes d'incertitude.

## 6.1 Description de la liaison par fibre optique sur le réseau RENATER

Un projet de lien fibré métrologique ultra-stable a été initié par les laboratoires LNE-SYRTE et LPL. Suite à ce projet, des essais de transferts simultanés de signaux d'horloge ultra-stables et de flux de données numériques pour l'Internet ont été réalisés avec succès en 2010 sur le réseau RENATER, sans recours à une infrastructure dédiée, entre l'Université Paris 13 (site de Villetaneuse) et Nogent l'Artaud, près de Reims. RENATER étant le réseau informatique français, créé en 1992, qui assure la liaison entre les universités et les centres de recherche en France métropolitaine et dans les départements d'outre-mer relié au réseau équivalent au niveau Européen GÉANT2. Le circuit actuellement opérationnel permet un transfert de données sur 540 km de Villetaneuse à Reims et le trajet de retour, dont 468 km sur infrastructure DWDM de RENATER et aucune dégradation des performances réseau n'a été constatée. Le réseau DWDM est une technologie qui permet l'augmentation de la bande passante disponible sur une fibre optique par l'utilisation simultanée de signaux de longueurs d'onde différentes. Des OADM (Optical Add and Drop Multiplexers) sont positionnés sur chaque segment de fibre entre les équipements DWDM déjà opérationnels. Le signal d'horloge est ainsi transmis dans la fibre optique en parallèle avec les autres données.

Un lien optique multiplexé de 300 km constitué de deux liens optiques en cascade de 150 km entre le laboratoire LPL (à l'Université Paris 13, Villetaneuse) et Nogent l'Artaud (100 km à l'est de Paris) a d'abord été établi [4]. Chacun des deux liens optiques comprenait trois sections de fibres différentes, de longueurs respectives 11 km, 36 km et 103 km, reliant le LPL à Nogent via deux nœuds de télécommunication présents à Aubervilliers et Paris. Dans la première et la troisième section, la transmission du signal ultra-stable s'effectue en même temps que celle des données numériques du réseau. A Nogent l'Artaud, le signal ultra-stable en provenance d'une des fibres est traité dans une station régénératrice et est renvoyé dans l'autre fibre de 150 km jusqu'au LPL. Ainsi, les deux extrémités du lien optique se situaient au LPL permettant l'évaluation des performances de stabilité de la transmission.

Les instabilités de fréquence ajoutées par la propagation dans les 300 km de lien optique sont corrigées ce qui a permis d'atteindre une stabilité de quelques  $10^{-19}$  en valeur relative après un temps d'intégration égal à  $10^4$  s [5]. Une comparaison des horloges ayant les meilleures performances de stabilité peut donc être assurée.

Ces premiers résultats ont motivé plusieurs développements dans le but d'augmenter la longueur et la fiabilité de ces liens tout en simplifiant leur mise en œuvre. L'objectif à moyen terme est de rejoindre la frontière allemande via Nancy et de réaliser une interconnexion avec un signal ultra-stable provenant des laboratoires allemands. Dans un premier temps, un lien optique LPL-Reims-LPL de 540 km avec régénération du signal [4][6], représenté dans la figure 6.1 a été mis en œuvre. Une stabilité de  $10^{-18}$  en valeur relative sur  $10^4$  s a été obtenue [6].

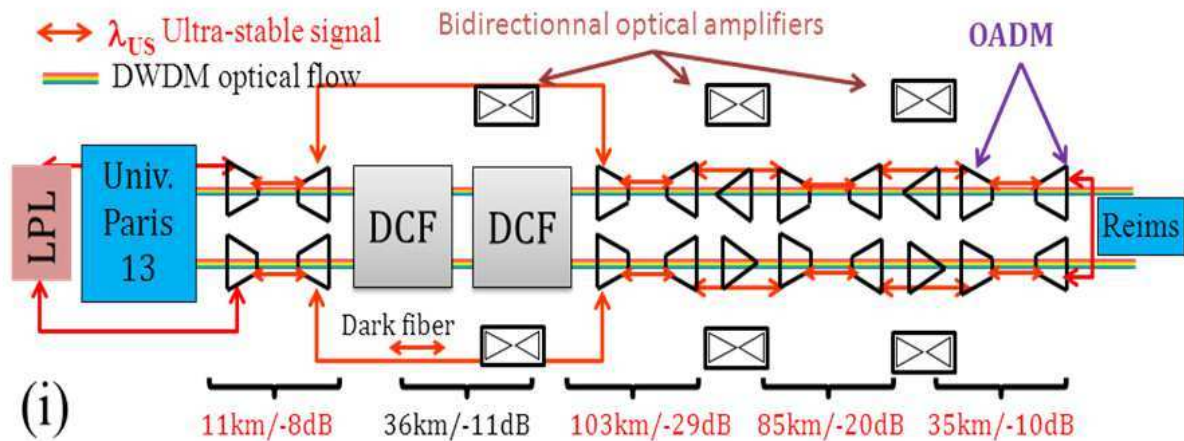


Figure 6.1 : Schéma du lien optique métrologique sous infrastructure RENATER

## 6.2 Description de l'expérience réalisée en collaboration entre le LNE-SYRTE et le LPL

Cette expérience utilise un laser ultra-stable de longueur d'onde  $1,55 \mu\text{m}$  comme porteuse de fréquence [6] et de temps via une modulation de phase optique. La figure 6.2 montre le schéma de l'expérience.

Le signal ultra-stable est transmis simultanément avec les données numériques du trafic Internet par multiplexage en longueur d'onde qui est une technique utilisée en communications optiques permettant de transmettre plusieurs signaux sur une seule fibre optique mais à des fréquences différentes, en les mélangeant à l'entrée à l'aide d'un multiplexeur, et en les séparant à la sortie au moyen d'un démultiplexeur.

Il s'agit d'un transfert de fréquence optique ultra-stable. En effet, la fréquence du signal est la fréquence d'un laser ultra-stable stabilisé qui alimente la fibre optique. Le bruit de propagation dans la fibre est détecté par comparaison de la phase optique en entrée à la phase du signal après un aller-retour à l'aide d'un interféromètre optique.

En ce qui concerne la partie transfert de temps objet de notre contribution, les signaux sont générés à l'aide de deux modems SATRE en utilisant un code à 20 MChips/s avec une fréquence de porteuse de 50 MHz à 80 MHz en horloge commune.

En effet, suite à la collaboration entre le LNE-SYRTE et le LPL, deux modems SATRE (SATRE 503 et SATRE 504) ont été transportés du LNE-SYRTE au LPL. Un ordinateur équipé de nos logiciels *two-way* et fonctionnant sous environnement Linux a été également transporté, permettant le pilotage des deux modems, l'acquisition et le traitement des données.

Dans cette expérience, comme le transfert de temps est assuré par la technique deux voies code, nous avons adapté nos logiciels d'acquisition et de traitement des stations TWSTFT pour qu'ils soient utilisés pour ces tests.

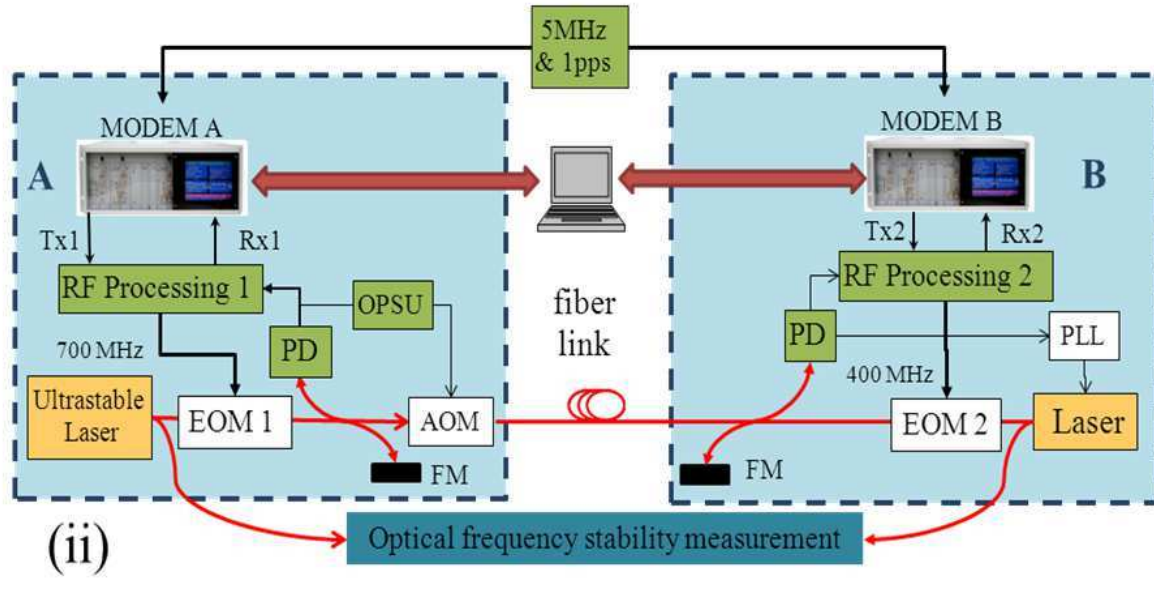


Figure 6.2 : Schéma de l'expérience (FM : Faraday mirror, PD : photodiode, AOM : acousto-optic modulator, EOM : Electro-Optic Modulator, OPSU : Optical Phase Stabilization Unit, PLL : Phase-Locked Loop)

Les mesures se font toutes les heures. Les données en sortie des modems tels que la fréquence de la porteuse du signal reçue, la puissance reçue, le rapport signal à bruit affiché par le modem et les mesures d'intervalles de temps (ou de codes) sont enregistrées toutes les secondes dans un fichier de la même forme que celui présenté dans le Tableau 4.1 du chapitre 4. Ensuite, nous avons utilisé un logiciel de traitement écrit en langage C permettant d'effectuer un lissage quadratique d'une série de mesures de 120 s par la méthode des moindres carrés en suivant de même un traitement similaire que celui utilisé pour la méthode TWSTFT code. Un fichier constitué de quatre colonnes est complété toutes les heures : la première colonne correspond à la date horaire, la deuxième représente la demi-différence entre les signaux reçus par chacun des modems, les valeurs individuelles sont affichées dans la troisième et la quatrième colonne. Un exemple de fichier de traitement est donné dans le tableau 6.1.

Tableau 6.1 : exemple de fichier de traitement utilisé pour l'expérience de transfert de temps et de fréquence par fibre optique

# Output of calcdifftw @ 2 9 112, 11h59m2s				
# mjd	diff_mas [s]	tw_loc [s]	tw_rem [s]	
56034.043056	-0.000000025782	0.002666625908	0.002666574343	
56034.045139	-0.000000025835	0.002666625950	0.002666574279	
56034.047222	-0.000000025845	0.002666625960	0.002666574269	
56034.049306	-0.000000025887	0.002666625974	0.002666574199	
56034.051389	-0.000000025887	0.002666625959	0.002666574185	
56034.053472	-0.000000025889	0.002666625986	0.002666574207	
56034.055556	-0.000000025901	0.002666625964	0.002666574162	
56034.057639	-0.000000025905	0.002666625953	0.002666574143	
56034.059722	-0.000000025903	0.002666625950	0.002666574144	
56034.061806	-0.000000025881	0.002666625890	0.002666574129	
56034.063889	-0.000000025869	0.002666625887	0.002666574150	
56034.065278	-0.000000025866	0.002666625846	0.002666574114	
56034.067361	-0.000000025859	0.002666625811	0.002666574093	
56034.069444	-0.000000025855	0.002666625780	0.002666574070	
56034.071528	-0.000000025829	0.002666625733	0.002666574075	
56034.073611	-0.000000025839	0.002666625708	0.002666574030	
56034.075694	-0.000000025836	0.002666625710	0.002666574037	
56034.077778	-0.000000025899	0.002666625805	0.002666574006	
56034.079861	-0.000000025876	0.002666625742	0.002666573990	
56034.081944	-0.000000025869	0.002666625713	0.002666573975	

### 6.3 Résultats obtenus

Les stabilités de fréquence (issues d'une autre expérience indépendamment de cette thèse) et de temps (objet de la présente expérience ici décrite) sont représentées dans la figure 6.3, le transfert de temps et de fréquence étant effectué chacun par une technique différente. En effet, la stabilité de fréquence du lien atteint  $10^{-18}$  à 30 000 s, ce qui est similaire aux résultats obtenus dans [6]. D'autre part, la stabilité de temps montre un bruit inférieur à 20 ps sur toute la période de mesures. La variation des mesures sur une période de 2 semaines est également présentée sur la même figure, les données manquantes sont dues à des problèmes d'ordre technique.

Le trajet de propagation a été modifié tout au long du lien optique en variant la longueur du lien de 10 m à 94 km puis 400 km jusqu'à la longueur totale du lien égale à 540 km. L'atténuation dans le lien est maintenu constante pour chaque longueur à mieux que 2 dB en intégrant un atténuateur optique sur le trajet commun. Ceci permet de réduire l'impact de la puissance du signal reçu sur le délai mesuré par le modem. De plus, la sensibilité du système a été évaluée en modifiant la puissance des signaux de la détection optique en entrée du modem. Le système présente un coefficient inférieur à 15 ps/dB en condition de fonctionnement en mode optimal autrement dit, signal en entrée à faible puissance.

En outre, plusieurs tests de connexions, déconnexions, puissance off et redémarrage ont été effectués, toutefois sans observer une variation de temps de propagation détectable. Des tests,



dont les résultats sont cohérents avec ceux obtenus lors de précédents tests, ont été réalisés avec des fibres de longueurs 25 km, 50 km, 75 km et 100 km.

L'effet Sagnac est négligé vu que les mesures sont faites en collocation. Le budget d'incertitudes préliminaire est de 250 ps, dominé par des sauts de phase d'environ 50 ps à 80 ps. Ces sauts de phase sont erratiques et rares, ce qui rend leur analyse difficile. La cause des sauts de phase n'est pas encore clairement établie. Elle peut être liée pour partie à la propagation tout au long du réseau de télécommunication par fibres optiques, pour partie au fonctionnement des modems SATRE et pour partie à la chaîne de détection. Des tests supplémentaires réalisés en remplaçant la fibre par des fibres de plusieurs longueurs n'ont révélé aucun saut durant plusieurs jours de mesures. Le système est donc robuste malgré ces sauts aléatoires dont la cause n'est pas encore connue.

D'après des mesures effectuées sur deux semaines environ, illustrées dans la figure 6.4, on remarque que la variation de la demi-différence du temps de propagation mesuré par les deux modems, présentée également dans la figure 6.3, est inférieure à 200 ps alors que la variation du temps de propagation du signal reçu par chaque modem est supérieure à 10 ns. Par ailleurs, il est clairement démontré que les résultats en tant que stabilité de temps sont meilleurs que ceux des techniques satellitaires utilisés actuellement pour effectuer du transfert de temps [7].

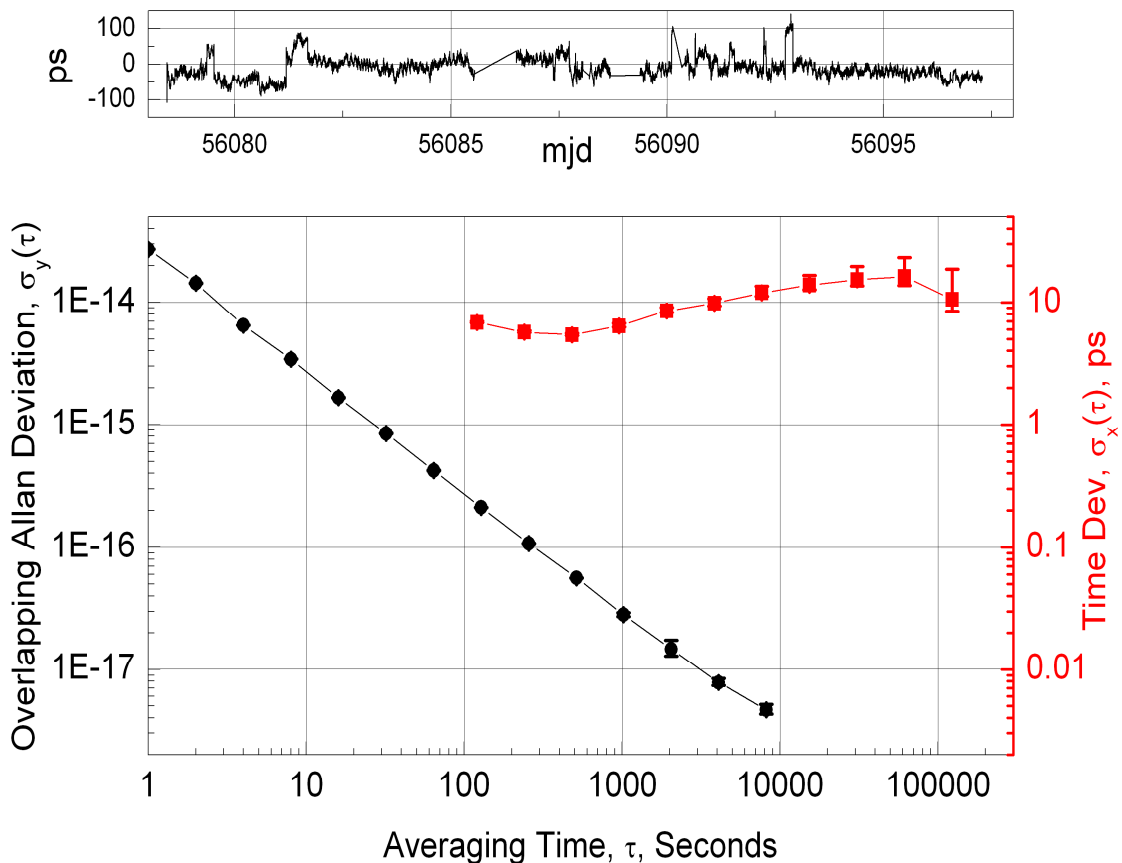


Figure 6.3 : Stabilité de fréquence optique fractionnelle (noire), stabilité de temps en picosecondes (rouge) pour le lien de longueur 540 km

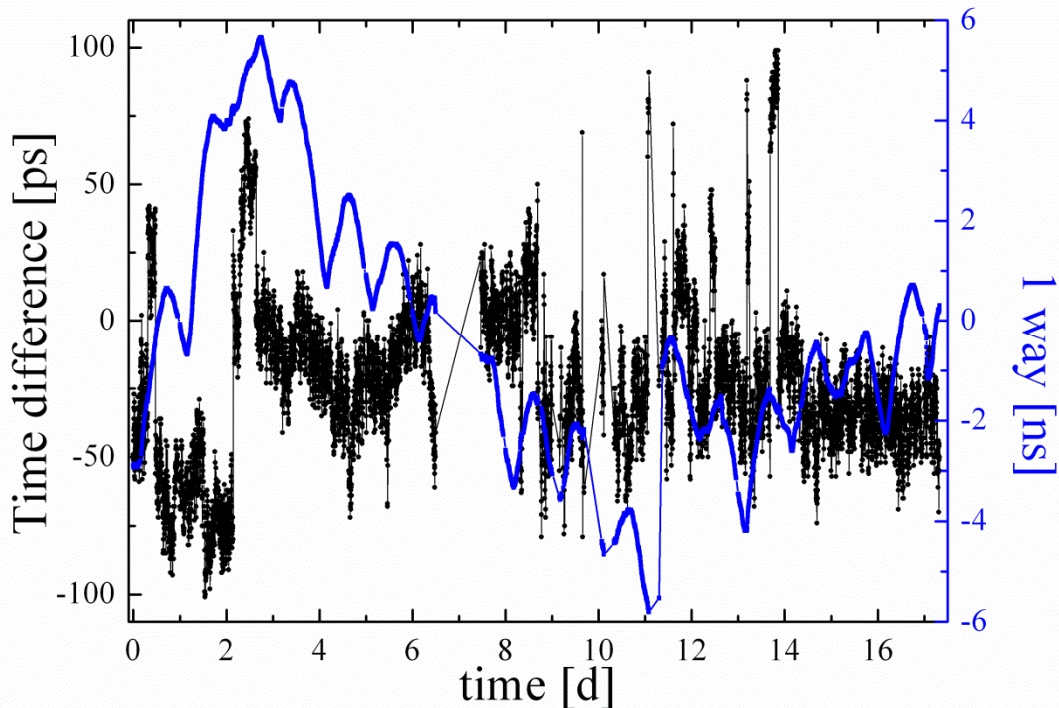


Figure 6.4 : Variation du temps de propagation mesuré par l'un des deux modems (bleu), et de la demi différence du temps de propagation mesurés par les deux modems (noir) sur une durée de 17 jours pour le lien de longueur 540 km

## Conclusion

D'après cette expérience, il a été démontré pour la première fois la possibilité d'effectuer un transfert de temps en code à l'aide de deux modems SATRE dédiés principalement à la technique TWSTFT sur une distance de 540 km en utilisant un réseau de télécommunication public par fibre optique portant des données Internet. La phase optique est utilisée pour transporter le temps et la fréquence en modulant une porteuse optique à bande très étroite à  $1,55\ \mu\text{m}$  avec des signaux à spectre étalé générés par les modems. Les résultats en termes d'exactitude dans le temps (250 ps) et stabilité de temps à long terme (20 ps) sont prévus être meilleurs que ceux du GPS et TWSTFT. Cette méthode a montré son efficacité avec une fibre non dédiée et utilisée pour transporter des données internet. Or les codes générés par les modems étant limités à 20 MChips/s, une amélioration peut être apportée en utilisant des modems générant des codes pseudo aléatoires de largeur supérieure.

## Références bibliographiques

- [1] J. Guena, M. Abgrall, D. Rovera, P. Laurent, B. Chupin, M. Lours, G. Santarelli, P. Rosenbusch, M.E. Tobar, R. Li, K. Gibble, A. Clairon and S. Bize, Progress in atomic fountains at LNE-SYRTE, IEEE Trans. on Ultras., Ferro. and Frequ. Contr. 59, 391, 2012.
- [2] N. Huntemann, M. Okhapkin, B. Lipphardt, S. Weyers, Chr. Tamm, E. Peik, Phys. Rev. Lett, 108, 090801, High-Accuracy Optical Clock Based on the Octupole Transition in  $^{171}\text{Yb}^+$ , 2012.
- [3] O. Lopez, A. Kanj, P.E. Pottie, D. Rovera, J. Achkar, C. Chardonnet, A. Amy-Klein and G. Santarelli, Simultaneous remote transfer of accurate timing and optical frequency over a public fiber network, Applied Physics B, DOI 10.1007/s00340-012-5241-0, 2012.
- [4] O. Lopez, A. Haboucha, F. Kéfélian, H. Jiang, B. Chanteau, V. Roncin, C. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli, Cascaded multiplexed optical link on a telecommunication network for frequency dissemination, Opt. Express, 18 16849, 2010.
- [5] E. Camisard, G. Santarelli, O. Lopez, A. Haboucha, A. Amy-Klein, G. Santarelli, and C. Chardonnet, Transferts de signaux d'horloge ultra-stables sur l'infrastructure DWDM de RENATER, Journées Réseaux JRES, 2011.
- [6] O. Lopez, A. Haboucha, B. Chanteau, C. Chardonnet, A. Amy-Klein, and G. Santarelli, Ultra-stable long distance optical frequency distribution using the Internet fiber network, Optics Express, Vol. 20, Issue 21, pp. 23518-23526, 2012 <http://dx.doi.org/10.1364/OE.20.023518>.
- [7] A. Bauch, J. Achkar, S. Bize, D. Calonico, R. Dach, R. Hlavač, L. Lorini, T. Parker, G. Petit, D. Piester, K. Szymaniec, and P. Urich, Comparison between frequency standards in Europe and the USA at the  $10^{-15}$  uncertainty level, Metrologia, 43, 109, 2006.

## Conclusion générale et perspectives

Le travail de thèse présenté dans ce manuscrit a pour objectif le développement de la méthode TWSTFT phase au LNE-SYRTE afin d'améliorer davantage les performances actuelles des moyens satellitaires de comparaisons d'horloges distantes au sol, en termes d'incertitude (inférieure à 1 ns) et de stabilité (quelques  $10^{-16}$  à 1d).

Dans une première étape, une étude bibliographique rappelle le principe de la méthode deux voies actuellement opérationnelle basée sur le code de la porteuse ainsi que les principaux résultats obtenus. Depuis plusieurs années, la technique TWSTFT participe à la réalisation du TAI calculé par le BIPM, avec des performances de stabilité et d'exactitude lui permettant d'apporter une amélioration considérable dans la construction de l'échelle de temps internationale UTC, soit une incertitude combinée sur l'écart des UTC(k) à UTC inférieure à 2 ns pour les liens les plus stables et étalonnés. Cependant, l'évolution des performances des horloges atomiques exige des techniques de comparaisons encore plus performantes. A défaut de pouvoir travailler avec une bande passante satellitaire au moins 20 fois plus large que la bande disponible aujourd'hui, le recours à la phase des porteuses est un choix judicieux et intéressant.

Une partie importante de ce manuscrit présente une analyse expérimentale approfondie, décrivant l'environnement électromagnétique actuel dans lequel le réseau TWSTFT fonctionne et à travers lequel le développement de la méthode *two-way* phase a eu lieu. D'après les données de mesures, il est mis en évidence que les codes à 1 MChips/s générés par les modems SATRE présentent des défauts d'orthogonalité causant des interférences entre les différents signaux ; l'introduction des offsets de fréquence aux différents codes émis par les stations réduit considérablement ces interférences. Nous démontrons par l'expérience que l'utilisation d'un répéteur moins chargé permet une réduction considérable du bruit court terme et une meilleure stabilité des liens *two-way* à long terme : un résultat remarquable est obtenu sur le lien OP-PTB avec une excellente stabilité de 40 ps à 1 jour.

L'essentiel des travaux porte sur le développement de la technique deux voies phase dans notre laboratoire : une étude théorique approfondie suivie de la mise au point des logiciels de pilotage des équipements des stations, d'acquisition et de traitements de données de comparaisons d'horloges atomiques. Dans une partie fondamentale de la thèse, les principaux résultats de mesure obtenus par la mise en œuvre de la technique TWSTFT phase au laboratoire sont exposés. Une stabilité de fréquence de  $1 \times 10^{-12}$  à 1 s et de  $3 \times 10^{-14}$  à 100 s est démontrée avec deux stations en collocation alimentées par une même horloge atomique. L'extrapolation de la pente de stabilité montre qu'une stabilité de l'ordre de quelques  $10^{-17}$  peut être atteinte à 1 d. Cependant, une dégradation de cette stabilité se produit à partir de 300 s. L'originalité de notre travail expérimental présenté, par rapport aux travaux antérieurs réalisés par d'autres laboratoires, réside dans l'emploi du simulateur de satellite permettant de comprendre l'origine de cette dégradation jusqu'à un certain niveau. Dans le même contexte, des expériences complémentaires visant à caractériser les chaînes d'émission et de réception des stations sont également réalisées. Les résultats de toutes ces expériences menées permettent d'attribuer la cause derrière cette dégradation à la partie radiofréquence des

stations et à leur environnement immédiat. On déduit de ce travail une mise en œuvre expérimentale réussie de cette technique qui a présenté un bruit de mesure à 1 s inférieur à toutes les techniques micro-ondes satellitaires en opération aujourd'hui, voire même à certaines horloges atomiques commerciales. Cependant, la dégradation de stabilité présente sur les liens TWSTFT phase nécessite des recherches encore plus approfondies.

Enfin la dernière partie de ce travail est consacrée à notre contribution dans l'application de la technique de transfert de temps 2 voies sur des liens fibrés, travail effectué dans le cadre d'une collaboration étroite entre le LNE-SYRTE et le LPL. D'après cette expérience, il est démontré pour la première fois la possibilité d'effectuer un transfert d'une fréquence optique ultra-stable avec une exactitude dans le temps sur une distance de 540 km en utilisant un réseau de télécommunication public par fibre optique portant des données Internet. Les résultats en termes d'exactitude dans le temps (250 ps) et stabilité de temps à long terme (20 ps) sont prévus être meilleurs que ceux des techniques satellitaires comme le GPS ou le TWSTFT. Néanmoins, les résultats annoncés sont dominés par des sauts de phase d'environ 50 ps à 80 ps dont la cause peut être liée pour partie à la propagation tout au long du réseau de télécommunication par fibres optiques, pour partie au fonctionnement des modems SATRE et pour partie à la chaîne de détection.

Pour conclure, nous présentons une synthèse se traduisant par une comparaison des différentes techniques issues des travaux présentés dans ce manuscrit. La figure c.1 présente une synthèse de la stabilité de fréquence de différents liens (OP-OP, OP-PTB, LPL-LPL) et configurations (SATSIM-OP, OP-PTB) en utilisant différentes techniques 2-voies (satellitaires en code et phase, liens fibrés en code très large bande). Tous ces résultats sont décrits de façon détaillée dans les différents chapitres de ce manuscrit. On retient l'évidence suivante que le lien TWSTFT phase présente une stabilité de fréquence à court terme meilleure que celle des autres liens, à l'exception de la configuration par le simulateur de satellite qui présente une caractérisation partielle d'une station 2 voies. En revanche, le lien fibré de notre expérience présente la meilleure stabilité à moyen et long terme.

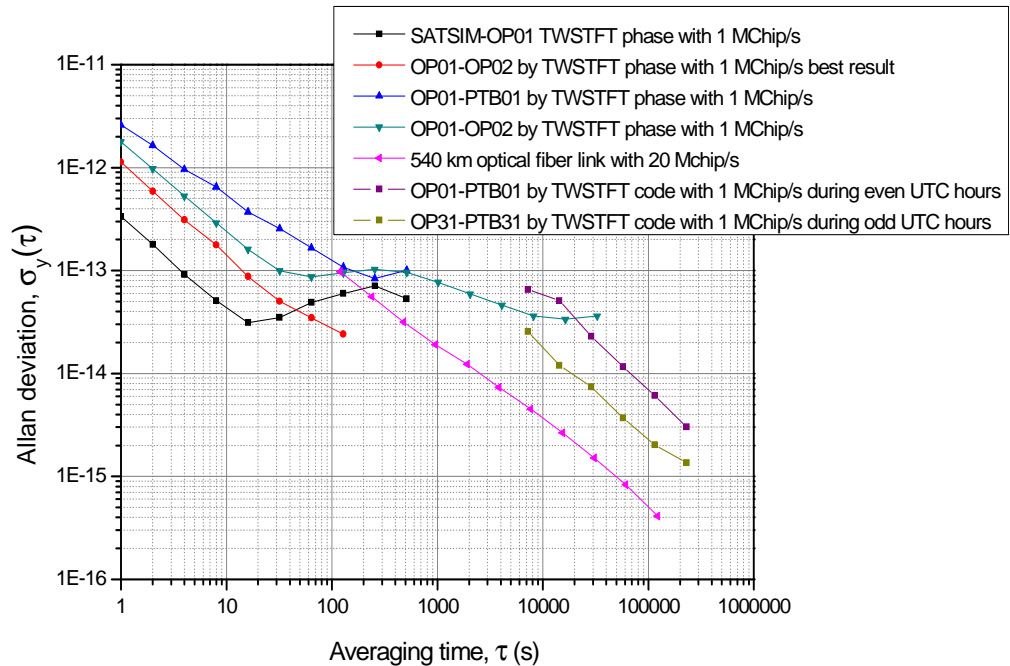


Figure c.1 : Stabilité de fréquence de différents liens (OP01-OP02, OP01-PTB01, LPL01-LPL02) et de différentes configurations (SATSIM-OP01, OP31-PTB31) en utilisant différentes techniques 2 voies (satellites code et phase, liens fibrés en code très large bande)

Dans les perspectives, ce travail devra se poursuivre dans la continuité afin de démontrer davantage les capacités techniques très larges que permet la méthode TWSTFT. En voici quelques axes de recherches qui ne sont pas exhaustifs :

- Identification de l'origine de la dégradation de stabilité observée sur les liens deux voies phase ;
- Etude des effets de la variation de température sur la stabilité des liens deux voies phase ;
- Etude de l'impact des effets atmosphériques sur les liens deux voies phase ;
- Réécriture du système d'équations de la méthode voies phase en considérant des données phase au lieu des données fréquence, ce travail nécessite un développement technique afin de résoudre les ambiguïtés de phase ;
- Evaluation des incertitudes de mesure des liens deux voies phase ;
- Analyse approfondie des caractéristiques des modems SATRE ;
- Poursuivre des expériences afin d'améliorer la stabilité des liens deux voies ;

- Poursuivre les expériences très prometteuses de transfert de temps par liens fibrés ;
- Comparaison du transfert de temps par liens fibrés avec les techniques satellitaires actuellement utilisées.

## Annexe 1.

# Variance d'Allan et ses dérivées

### Introduction

L'essentiel de ce document s'inspire directement ou indirectement des références [1], [2], [3] et [12]. Après une description de la modélisation du signal telle qu'elle est utilisée dans l'ensemble du texte, la caractérisation du bruit est spécifiée dans le domaine des fréquences par la densité spectrale et dans le domaine temporel par la variance. On montre à cette occasion pourquoi les bruits présents dans les oscillateurs ne permettent pas le calcul d'une variance classique, ce qui implique d'utiliser d'autres variances pour caractériser leur stabilité temporelle. La variance d'Allan AVAR est une solution qui s'est imposée avec le temps pour plusieurs raisons qui apparaissent au cours de l'analyse détaillée de cet outil. La variance d'Allan AVAR est cependant incapable de discriminer entre différents types de bruits de phase, et c'est la raison pour laquelle la variance d'Allan modifiée MVAR a été introduite, qu'on peut transformer aisément en variance d'Allan temporelle TVAR.

### A1.1 Modélisation du signal

Un signal temporel délivré par un oscillateur idéal, d'amplitude  $V_0$  et de fréquence nominale  $\nu_0$ , est de la forme :

$$V(t) = V_0 \times \sin(2 \times \pi \times \nu_0 \times t) \quad (1)$$

Un signal réel est cependant perturbé. On le modélise sous la forme :

$$V(t) = (V_0 + \varepsilon(t)) \times \sin(2 \times \pi \times \nu_0 \times t + \phi(t)) \quad (2)$$

où  $\varepsilon(t)$  est la perturbation en amplitude et  $\phi(t)$  la perturbation en phase, qui peut aussi être exprimée comme une perturbation de fréquence.

Ces perturbations ont des composantes déterministes et aléatoires. On fait dans la suite l'hypothèse que les fluctuations déterministes ont été éliminées, et on ne considère donc que des phénomènes aléatoires (à l'exception notable des parties A1.3.6 et A1.3.7). On note  $\varphi(t)$  la partie aléatoire de  $\phi(t)$ . Par ailleurs, sauf dans le cas de composants non-linéaires qui ne



seront pas abordés ici, la contribution de  $\varepsilon(t)$  aux fluctuations de fréquence est négligeable. Par conséquent on ne considère dans la suite que le modèle suivant :

$$V(t) = V_0 \times \sin(2 \times \pi \times \nu_0 \times t + \varphi(t)) \quad (3)$$

où  $\varphi(t)$  est le bruit de phase exprimé en radian.

On définit, pour une date  $t$  donnée, l'écart de temps instantané  $x(t)$  en fonction de l'écart entre le signal nominal (équation (1)) et le signal perturbé (équation (3)) par :

$$x(t) = \frac{\varphi(t)}{2 \times \pi \times \nu_0} \quad (4)$$

La fréquence instantanée  $\nu(t)$  est donnée par :

$$\nu(t) = \frac{1}{2 \times \pi} \times \frac{d}{dt} (2 \times \pi \times \nu_0 \times t + \varphi(t)) = \nu_0 + \frac{1}{2 \times \pi} \times \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (5)$$

Par conséquent, l'écart de fréquence instantané est donné par :

$$\Delta \nu(t) = \nu(t) - \nu_0 = \frac{1}{2 \times \pi} \times \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (6)$$

On définit enfin l'écart de fréquence normé instantané  $y(t)$  par :

$$y(t) = \frac{\nu(t) - \nu_0}{\nu_0} = \frac{1}{2 \times \pi \times \nu_0} \times \frac{d\varphi(t)}{dt} \quad (7)$$

Dans ces conditions, on obtient aisément :

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (8)$$

Si on calcule la moyenne de  $y(t)$  sur un intervalle de temps de durée  $\tau$  à partir de la date  $t_k$ , on obtient :

$$\overline{y(t_k)} = \frac{1}{\tau} \times \int_{t_k}^{t_k + \tau} y(u) \times du \quad (9)$$

Par abus de langage, on note souvent  $\overline{y(t_k)}$  par  $\overline{y_k}$ .

D'après les équations (7) et (8), on obtient :

$$\overline{y_k} = \frac{\varphi(t_k + \tau) - \varphi(t_k)}{2 \times \pi \times \nu_0 \times \tau} = \frac{x(t_k + \tau) - x(t_k)}{\tau} \quad (10)$$

On constate donc que la moyenne de l'écart de fréquence normé instantané entre deux instants consécutifs dépend de la durée de l'intervalle considéré. Par abus de langage, on note aussi souvent  $x(t_k)$  par  $x_k$ , l'intervalle entre  $x_{k+1}$  et  $x_k$  étant égal à une période  $\tau$  :

$$\overline{y_k} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\tau} \quad (11)$$

Les relations entre les différentes quantités décrites dans cette partie sont modélisées par le tableau suivante (d'après [3]), à lire de gauche à droite et de haut en bas.

Tableau A1.1 : Relations fondamentales entre temps et fréquence dans le domaine temporel

	Phase	Opérateur	Fréquence
Grandeur directe	$\varphi(t)$ [rad]	$\frac{1}{2 \times \pi} \times \frac{d}{dt}$	$\Delta\nu(t)$ [Hz]
Facteur multiplicatif	$\frac{1}{2 \times \pi \times \nu_0}$		$\frac{1}{\nu_0}$
Grandeur induite	$x(t)$ [s]	$\frac{d}{dt}$	$y(t)$ [sans dimension]

Dans la suite du texte, les indices x ou y appliqués à des quantités se rapportent explicitement à  $x(t)$  ou  $y(t)$  tels que définis dans cette partie.

## A1.2 Caractérisation du bruit

On ne présente ici qu'une version très simplifiée de la caractérisation du bruit des oscillateurs. On rappelle que seules les parties aléatoires du signal sont considérées.

### A1.2.1 Domaine des fréquences : densité spectrale

Pour décrire la stabilité des oscillateurs dans le domaine des fréquences, on a recours aux densités spectrales. La formulation mathématique de la densité spectrale est la suivante. Pour un processus aléatoire  $p(t)$  stationnaire au sens large (ce critère est lié à l'existence de la fonction d'autocorrélation définie ici, disons simplement que c'est le cas dans ce qui suit), on peut calculer la fonction d'autocorrélation  $R_p(\tau)$  qui peut s'écrire:

$$R_p(\tau) = \lim_{\Omega \rightarrow \infty} \left[ \frac{1}{2 \times \Omega} \int_{-\Omega}^{+\Omega} p(u + \tau) \times p(u) \times du \right] \quad (12)$$

A partir de cette fonction d'autocorrélation, la densité spectrale bilatérale  $S_p^{TS}(f)$  (TS pour « Two Sided », c'est à dire sur tout le spectre des fréquences de  $-\infty$  à  $+\infty$ ) peut se déduire par une transformée de Fourier donnée par :

$$S_p^{TS}(f) = TF[R_p(\tau)] = \int_{-\infty}^{+\infty} R_p(u) \times e^{-2 \times i \times \pi \times f \times u} \times du \quad (13)$$

Une interprétation physique de la densité spectrale est qu'elle caractérise la répartition de l'énergie du signal considéré dans l'espace des fréquences (le « spectre » des fréquences).

Dans le cas qui nous préoccupe, la fonction  $R_p(\tau)$  n'est jamais aléatoire. Elle est réelle, puisque  $p(t)$  est réelle. La conséquence en est que  $S_p^{TS}(f)$  est une fonction paire, et la fonction décrite par l'équation (13) peut se simplifier en ne considérant plus que les fréquences positives du spectre. C'est la densité spectrale unilatérale  $S_p(f)$ , donnée par :

$$\begin{aligned} S_p(f) &= 2 \times S_p^{TS}(f) && \text{pour } f \geq 0 \\ S_p(f) &= 0 && \text{pour } f < 0 \end{aligned} \quad (14)$$

d'où l'expression :

$$S_p(f) = 2 \times \int_0^{+\infty} R_p(u) \times e^{-2 \times i \times \pi \times f \times u} \times du \quad (15)$$

Dans la suite, on ne considère que des densités spectrales de cette forme.

Pour chacune des grandeurs définies dans la partie A1.1, on peut produire une densité spectrale suivant les formules (12) et (15). On peut ainsi calculer  $S_\phi(f)$ ,  $S_{\Delta v}(f)$ ,  $S_x(f)$  et  $S_y(f)$ . Les relations fondamentales entre ces densités spectrales sont données dans le tableau 2 (d'après [3]), à lire de haut en bas et de gauche à droite.

Tableau A1.2 : Relations fondamentales entre les densités spectrales dans le domaine des fréquences

	Phase	Facteur multiplicatif	Fréquence
Grandeur directe	$S_{\varphi}(f)$ [Hz <sup>-1</sup> ]	$f^2$	$S_{\Delta\nu}(f)$ [Hz]
Facteur multiplicatif	$\frac{1}{4 \times \pi^2 \times \nu_0^2}$		$\frac{1}{\nu_0^2}$
Grandeur induite	$S_x(f)$ [Hz <sup>-3</sup> ]	$4 \times \pi^2 \times f^2$	$S_y(f)$ [Hz <sup>-1</sup> ]

L'institut des ingénieurs en électricité et électromagnétisme (IEEE), organisation internationale, recommande depuis 1974 que l'instabilité de la partie aléatoire de la fréquence d'un oscillateur soit caractérisée par la densité spectrale  $S_y(f)$  de l'écart de fréquence normé instantané  $y(t)$ . Or l'expérience montre que les bruits affectant un oscillateur peuvent être modélisés dans cette densité spectrale par une loi de puissances de  $f$ , qui s'écrit :

$$S_y(f) = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=+2} h_{\alpha} \times f^{\alpha} \quad (16)$$

où les  $h_{\alpha}$  sont des coefficients indépendants de la fréquence. A chaque terme correspond une modulation de bruit particulière :

- $\alpha = -2$  : bruit de marche aléatoire de fréquence (Random Walk Frequency Noise) ;
- $\alpha = -1$  : bruit de scintillation de fréquence (Flicker Frequency Noise) ;
- $\alpha = 0$  : bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise), ou bruit de marche aléatoire de phase (Random Walk Phase Noise), c'est à dire qu'un bruit blanc est bien caractérisé par une densité spectrale constante  $h_0$  ;
- $\alpha = +1$  : bruit de scintillation de phase (Flicker Phase Noise) ;
- $\alpha = +2$  : bruit blanc de phase (White Phase Noise).

A chaque bruit correspond une cause qui lui est propre. Ces relations de cause à effet, qui sont encore aujourd'hui des sujets de recherche, ne seront pas abordées ici. La dernière version de la Recommandation IEEE sur la caractérisation des stabilités en métrologie temps-fréquence date de 1999 [4].

### A1.2.2 Domaine temporel : variance

Dans tout ce qui suit, on fait l'hypothèse que les bruits sont gaussiens. Une variable aléatoire gaussienne peut être définie par deux grandeurs : la tendance centrale, caractérisée par la moyenne ; et la dispersion, caractérisée par la variance. Si le nombre d'échantillons est infini, on aura accès aux grandeurs dites « vraies ». On note par «  $\langle \rangle$  » la moyenne sur une infinité d'échantillons.

Une des expressions de la variance vraie de la variable  $y(t)$  est donnée en fonction de la densité spectrale  $S_y(f)$  par :

$$I^2(\tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) \times |H_{\tau}(f)|^2 \times df \quad (17)$$

où  $H_{\tau}(f)$  est ce que l'on appelle la « fonction de transfert » de l'opérateur variance. Cette fonction de transfert est la *transformée de Fourier* de ce que l'on appelle la « réponse impulsionnelle » de l'opérateur variance, notée  $h_{\tau}(t)$  :

$$H_{\tau}(f) = TF[h_{\tau}(t)] \quad (18)$$

Pour déterminer cette réponse impulsionnelle, on peut écrire la variance classique dans le domaine temporel sur une série infinie d'échantillons comme la moyenne infinie du carré des écarts à la moyenne :

$$\sigma^2(\tau) = \left\langle (\bar{y}_k - \bar{y})^2 \right\rangle \quad (19)$$

où  $\bar{y}_k$  est la moyenne sur un intervalle de durée  $\tau$  entre les instants  $t_k$  et  $t_k + \tau$ , telle que décrite dans l'équation (9), et  $\bar{y}$  est la moyenne sur la totalité des échantillons  $\bar{y}_k$  considérés. Il est donc possible de soustraire la moyenne  $\bar{y}$  de chaque échantillon  $\bar{y}_k$ , de manière à avoir une série d'échantillons à moyenne nulle. Dans ces conditions, la variance simplifiée  $\sigma^2(\tau)$  s'écrit :

$$\sigma^2(\tau) = \left\langle (\bar{y}_k)^2 \right\rangle = \left\langle \left( \frac{1}{\tau} \times \int_{t_k}^{t_k + \tau} y(u) \times du \right)^2 \right\rangle \quad (20)$$

que l'on peut écrire sous la forme d'un produit de convolution :

$$\sigma^2(\tau) = \left\langle \left( \int_{-\infty}^{+\infty} y(u) \times h_{\tau}(\tau - u) \times du \right)^2 \right\rangle \quad (21)$$

avec  $h_{\tau}(t)$  la réponse impulsionnelle qui est recherchée. La partie droite de cette équation représente la puissance de la réponse d'un filtre linéaire de réponse impulsionnelle  $h_{\tau}(t)$  à l'entrée  $y(t)$ . Cette fonction  $h_{\tau}(t)$  peut se décrire de la manière suivante : elle permet de sélectionner un intervalle normé à 1 entre deux dates consécutives séparées par une durée  $\tau$ . On peut donc la représenter ainsi :

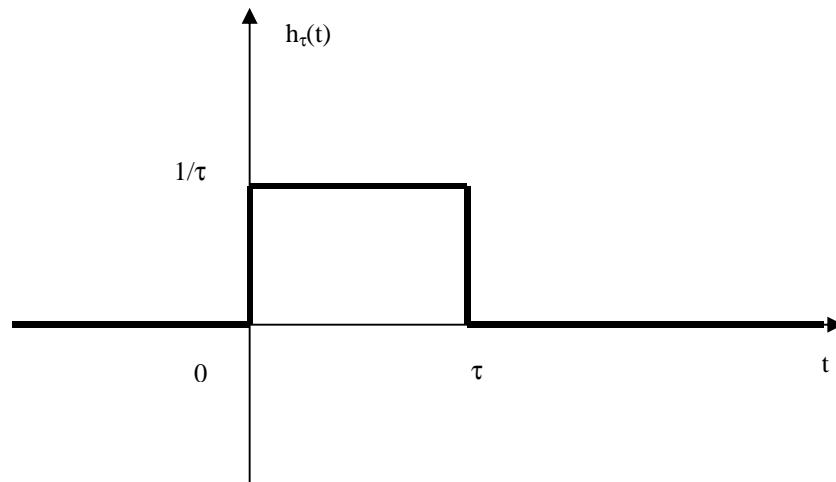


Figure A1.1 : Réponse impulsionnelle de l'opérateur variance

Il s'agit là d'une fonction « créneau » bien connue en traitement du signal, dont la Transformée de Fourier  $H_\tau(f)$  est donnée par :

$$H_\tau(f) = \frac{\sin(\pi \times \tau \times f)}{\pi \times \tau \times f} \quad (22)$$

On peut alors représenter  $(H_\tau(f))^2$  de la manière suivante entre 0 et l'infini :

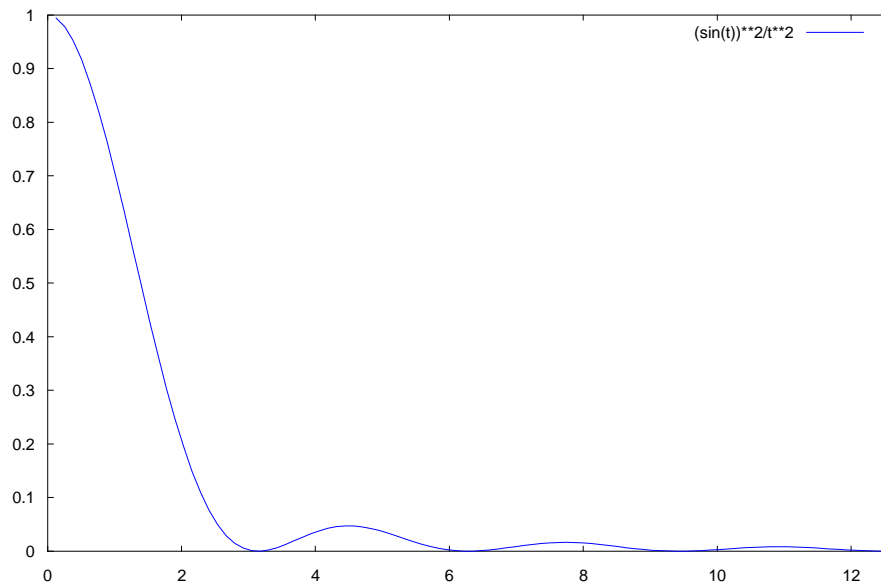


Figure A1.2 : Fonction de transfert de l'opérateur variance

Lorsque  $u$  tend vers l'infini,  $\sin(u)$  reste borné par  $\pm 1$ , mais  $1/u$  tend vers 0, par conséquent lorsque  $f$  tend vers l'infini,  $(H_\tau(f))^2$  est borné par  $1/f^2$ , c'est à dire tend vers 0. Par ailleurs, lorsque  $u$  tend vers 0,  $\sin(u)$  tend vers  $u$ , par conséquent lorsque  $f$  tend vers 0,  $(H_\tau(f))^2$  tend vers 1. C'est le point important de cette partie. Maintenant que la Fonction de transfert est

connue, il faut en effet regarder la convergence de l'intégrale de l'équation (17), en fonction de la puissance  $\alpha$  de la fréquence  $f$  dans la densité spectrale  $S_y(f)$ . Cette équation (17) devient :

$$\sigma^2(\tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) \times \frac{\sin^2(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \times df = \sum_{\alpha=-2}^{\alpha=+2} h_{\alpha} \times \int_0^{\infty} f^{\alpha} \times \frac{\sin^2(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \times df \quad (23)$$

- $\alpha = -2$  : lorsque  $f$  tend vers 0, l'intégrale de (23) **ne converge pas** car la fonction de  $f$  tend vers l'infini, et la variance vraie n'est pas calculable ; lorsque  $f$  tend vers l'infini, l'intégrale de (23) converge car la fonction de  $f$  tend vers 0.
- $\alpha = -1$  : lorsque  $f$  tend vers 0, l'intégrale de (23) **ne converge pas** car la fonction de  $f$  tend vers l'infini, et la variance vraie n'est pas calculable ; lorsque  $f$  tend vers l'infini, l'intégrale de (23) converge car la fonction de  $f$  tend vers 0.
- $\alpha = 0$  : lorsque  $f$  tend vers 0, et lorsque  $f$  tend vers l'infini, l'intégrale de (23) converge.
- $\alpha = +1$  : lorsque  $f$  tend vers 0, l'intégrale de (23) converge.
- $\alpha = +2$  : lorsque  $f$  tend vers 0, l'intégrale de (23) converge.

La convergence lorsque  $f$  tend vers l'infini dans les cas  $\alpha = +1$  et  $\alpha = +2$  est assurée parce que dans les systèmes réels, on n'intègre pas jusqu'à l'infini. Dans tout système physique, il y a une fréquence de coupure haute  $f_h$ , qui peut par exemple se calculer simplement à partir de la période d'échantillonnage originale des mesures  $\tau_0$  suivant  $f_h = 1 / (2 \times \tau_0)$ . Il peut cependant arriver que  $f_h$  soit très inférieure à cette valeur. En toute rigueur, il aurait donc fallu ajouter une fonction de transfert supplémentaire à l'équation (23), sous la forme :

$$|H_h(f)|^2 = \frac{1}{1 + \left( \frac{f}{f_h} \right)^2} \quad (24)$$

ce que l'on a évité de faire pour simplifier le raisonnement.

On constate donc qu'en présence des bruits de scintillation de fréquence (en  $f^{-1}$ ) et de marche aléatoire de fréquence (en  $f^{-2}$ ), la variance classique ne peut pas être calculée car l'intégrale de la variance vraie (17) ne converge pas. Autrement dit, puisque certains types de bruits sont présents dans les signaux des oscillateurs, il faut une autre variance que la variance classique pour étudier la dispersion de ces signaux. Une des solutions à ce problème est la variance à deux échantillons plus connue sous le nom de variance d'Allan.

### A1.3 Variance d'Allan AVAR

Dans la réalité, on ne dispose jamais d'une infinité d'échantillons, et c'est pourquoi on évalue la variance à partir d'un nombre fini d'échantillons, en sélectionnant, dans la mesure du possible, un estimateur sans biais, c'est à dire dont l'espérance mathématique est la valeur vraie. Par ailleurs, on est le plus souvent en présence d'échantillons de phase prélevés

(mesurés) suivant une période d'échantillonnage  $\tau_0$ . Dans ce qui suit, il faut penser la période d'analyse  $\tau$  comme étant toujours un multiple entier de la période d'échantillonnage  $\tau_0$ .

### A1.3.1 Variance à deux échantillons

La variance dite à N échantillons peut s'écrire de la manière suivante :

$$\sigma^2(N, T, \tau) = \frac{1}{N-1} \times \sum_{i=1}^N \left( \bar{y}_i - \frac{1}{N} \times \sum_{j=1}^N \bar{y}_j \right)^2 \quad (25)$$

où N est le nombre d'échantillons  $\bar{y}_k$  disponibles, T est la durée séparant deux échantillons  $\bar{y}_k$  successifs, et  $\tau$  est la période d'analyse pour laquelle cette variance est calculée. T et  $\tau$  ne sont pas nécessairement égaux, notamment s'il y a des temps morts entre les mesures.

Pour des échantillons adjacents, c'est à dire  $T = \tau$ , affectés d'un bruit blanc de fréquence ( $\alpha = 0$ ), la valeur moyenne de  $\sigma^2(N, \tau, \tau)$  est un estimateur sans biais de la variance vraie, même pour N fini. C'est une des raisons pour lesquelles l'IEEE recommande depuis 1986 d'utiliser la variance à deux échantillons (donc  $N = 2$ ), ou variance dite « d'Allan »\*, pour estimer la dispersion des écarts de fréquence normé instantanés autour de leur valeur moyenne. On note cette variance  $\sigma_y^2(\tau)$ , et elle est donnée par :

$$\sigma_y^2(\tau) = \left\langle \sigma^2(2, \tau, \tau) \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^2 \left( \bar{y}_i - \frac{1}{2} \times \sum_{j=1}^2 \bar{y}_j \right)^2 \right\rangle \quad (26)$$

soit en simplifiant :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \times \left\langle (\bar{y}_2 - \bar{y}_1)^2 \right\rangle \quad (27)$$

où  $\bar{y}_1$  et  $\bar{y}_2$  sont des échantillons adjacents de moyennes d'écarts de fréquence normés instantanés calculées sur des durées  $\tau$ . On constate donc qu'au lieu de calculer l'écart à la moyenne  $\bar{y}$  comme pour la variance classique dans l'équation (19), on doit calculer ici l'écart entre deux échantillons successifs adjacents. Une façon plus générique de l'écrire est donc :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \times \left\langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right\rangle \quad (28)$$

où  $\bar{y}_k$  et  $\bar{y}_{k+1}$  sont des moyennes successives et adjacentes d'écarts de fréquence normés instantanés calculés sur une durée  $\tau$ .

En utilisant l'équation (11), on peut également exprimer la variance d'Allan en fonction des écarts de phase instantanés  $x_k = x(t_k)$  :



$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2 \times \tau^2} \times \left\langle (x_{k+1} - 2 \times x_k + x_{k-1})^2 \right\rangle \quad (29)$$

Pour le calcul de la variance d'Allan classique, les échantillons d'écarts de fréquence normés instantanés peuvent se représenter de la manière suivante (d'après [5]) :

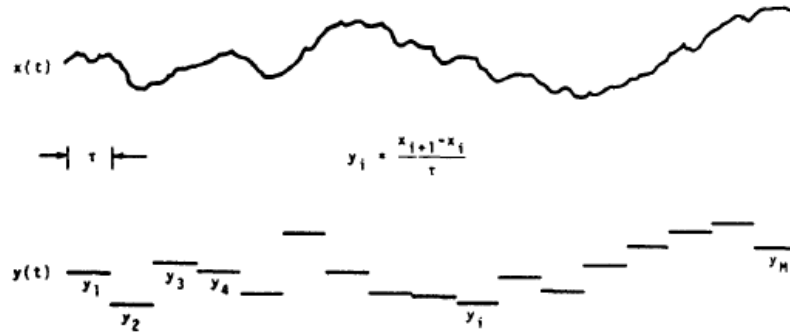


Figure A1.3 : Echantillons de fréquence pour le calcul de la variance d'Allan classique [5]

On utilise donc pour le calcul de  $\sigma_y^2(\tau)$  des échantillons  $\bar{y}_k$  adjacents par période  $\tau$ . Cette procédure limite le nombre d'échantillons  $\bar{y}_k$  pour le calcul de la variance d'Allan, ce qui a une influence importante sur l'intervalle de confiance du résultat du calcul (voir partie A1.3.5). Il est cependant possible de calculer une variance d'Allan dite « avec recouvrement » développée à la partie suivante.

Par ailleurs, on voit également que la période d'analyse  $\tau$  la plus grande pour laquelle on pourra calculer une variance d'Allan  $\sigma_y^2(\tau)$  ne peut dépasser la moitié de la durée totale des mesures, puisqu'il faut au moins deux échantillons  $\bar{y}_k$  pour faire le calcul. Dans ce cas extrême, on ne disposera donc que de deux échantillons  $\bar{y}_k$  pour calculer la variance d'Allan, et l'intervalle de confiance de la valeur calculée sera particulièrement mauvais, au point d'en rendre le résultat inexploitable.

### A1.3.2 Variance d'Allan avec recouvrement

Cette fois-ci, on utilise pour le calcul de  $\sigma_y^2(\tau = m \times \tau_0)$ , où  $\tau_0$  est la période d'échantillonnage des  $x(t)$ , des échantillons  $\bar{y}_k$  adjacents par période  $\tau_0$ , et ce quel que soit la période d'analyse  $\tau$  (ou quel que soit  $m$ ). On peut alors représenter les échantillons d'écarts de fréquence normés instantanés de la manière suivante, par exemple dans le cas où  $m = 12$  [6] :

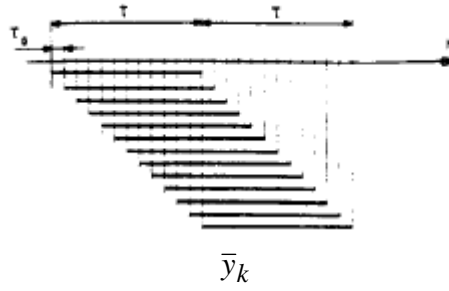


Figure A1.4 : Echantillons de fréquence pour le calcul de la variance d'Allan avec recouvrement [6]

On voit sur cet exemple où  $m = 12$  qu'au lieu de n'avoir que deux échantillons d'écart de fréquence normés instantanés  $\bar{y}_k$  dans la calcul classique pour une période d'analyse  $\tau = m \times \tau_0$  donnée, on dispose de 13 échantillons  $\bar{y}_k$  pour le calcul de la variance avec recouvrement.

Evidemment, ces échantillons ne sont plus indépendants, ils sont fortement corrélés. Mais il a été montré [7] que ce calcul n'introduisait pas de biais dans le résultat de la variance d'Allan par rapport à un calcul classique. L'avantage de cette méthode est de fournir des échantillons d'écart de fréquence normés instantanés en plus grand nombre, ce qui améliore les intervalles de confiance en les réduisant. En fonction des échantillons d'écart de fréquence normés  $y(t)$  en utilisant la définition des  $\bar{y}_k$  donnée en (10), la formule utilisée pour le calcul de la variance d'Allan avec recouvrement est donnée par :

$$\sigma_y^2(\tau = m \times \tau_0) = \frac{1}{2 \times m^2 \times (M - 2 \times m + 1)} \times \sum_{j=1}^{M-2 \times m+1} \left( \sum_{i=j}^{j+m-1} (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \quad (30)$$

où  $M$  est le nombre d'échantillons de fréquence moyenne calculée sur des intervalles de temps  $\tau = m \times \tau_0$ , si  $\tau_0$  est la période d'échantillonnage initiale des mesures correspondantes. C'est cette formule (30) qui est utilisée lorsqu'on dispose d'échantillons d'écart de fréquence normés  $y(t)$  pour le calcul de la variance d'Allan, cette variance étant dénommée AVAR. On constate par ailleurs que la période d'analyse  $\tau$  maximale pour laquelle on pourra calculer cette variance d'Allan avec recouvrement est donnée par  $m = M/2$ , soit pour  $\tau$  égal à la moitié de la durée totale des mesures.

On peut également écrire la formule en fonction des échantillons d'écart de phase  $x(t)$ :

$$\sigma_y^2(\tau = m \times \tau_0) = \frac{1}{2 \times (N - 2 \times m) \times \tau^2} \times \sum_{i=1}^{N-2 \times m} (x_{i+2 \times m} - 2 \times x_{i+m} + x_i)^2 \quad (31)$$

où  $N$  est le nombre total d'échantillons d'écart de phase instantanés  $x(t)$ ,  $x_i = x(t_i)$ , c'est à dire que l'on a forcément  $N = M + 1$ , et  $m$  est donné par la formule  $\tau = m \times \tau_0$ .

### A1.3.3 Relation densité spectrale et variance d'Allan : fonction de transfert

On a vu à la partie A1.3.2. que la fonction de transfert de la variance classique ne permettait pas le calcul de la variance en fonction de la densité spectrale en loi de puissances : l'intégrale de l'équation (17) ne converge pas pour les bruits de scintillation de fréquence (en  $f^{-1}$ ) et de marche aléatoire de fréquence (en  $f^{-2}$ ). Qu'en est-il de la variance d'Allan ?

Puisque le calcul de la variance d'Allan nécessite la différence entre deux échantillons consécutifs (équation (28)), cette séquence de calcul peut être modélisée par la réponse impulsionnelle  $h_\tau(t)$  suivante [8] :

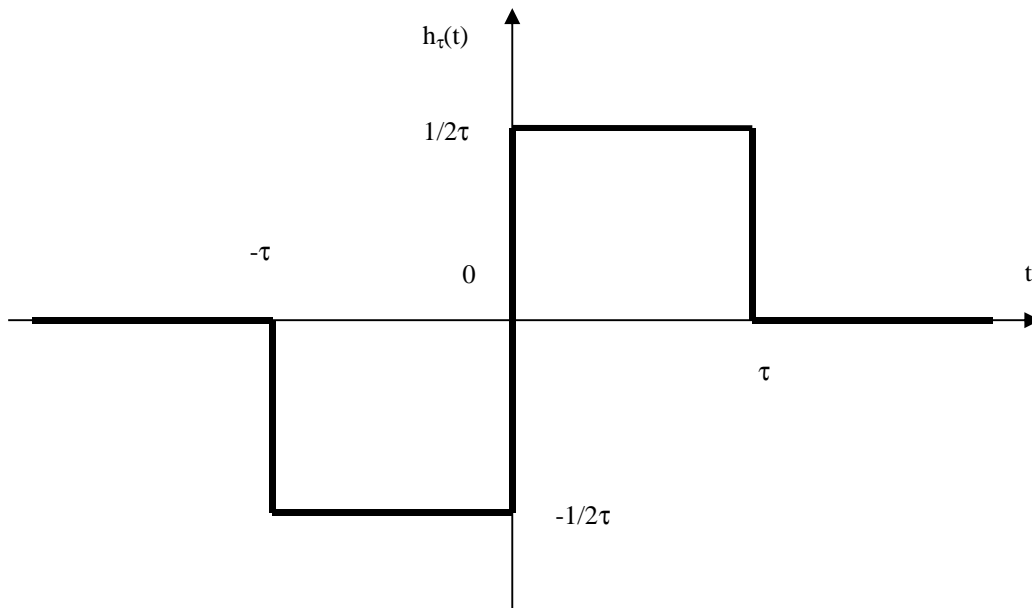


Figure A1.5 : Réponse impulsionnelle de la variance d'Allan

On peut alors calculer la fonction de transfert  $H_\tau(f)$  qui correspond à cette réponse impulsionnelle  $h_\tau(t)$ , et on obtient comme fonction  $(H_\tau(f))^2$  :

$$|H_\tau(f)|^2 = 2 \times \frac{\sin^4(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \quad (32)$$

Si on trace cette fonction, on obtient [8] :

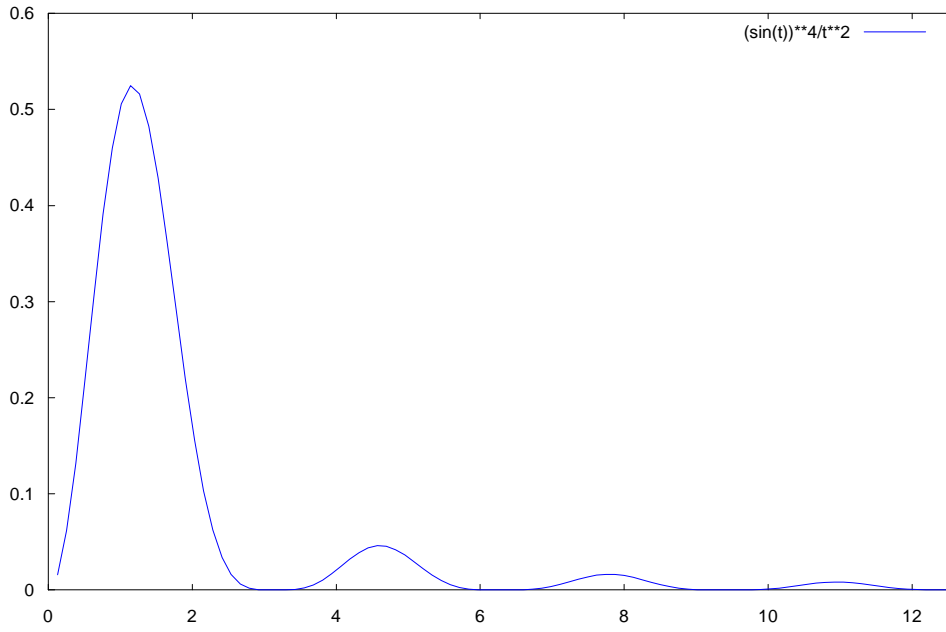


Figure A1.6 : Fonction de transfert de la variance d'Allan

On constate que, à la différence du cas précédent, cette fois-ci la fonction de transfert tend vers 0 lorsque  $f$  tend vers 0. Il faut donc vérifier si c'est suffisant pour la convergence de l'intégrale permettant le calcul de la variance d'Allan. Dans ce cas, l'équation (17) devient :

$$\begin{aligned}\sigma_y^2(\tau) &= 2 \times \int_0^\infty S_y(f) \times \frac{\sin^4(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \times df \\ &= 2 \times \sum_{\alpha=-2}^{+2} h_\alpha \times \int_0^\infty f^\alpha \times \frac{\sin^4(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \times df\end{aligned}\quad (33)$$

On constate bien que lorsque  $f$  tend vers 0, l'intégrale de l'équation (33) converge, pour toutes les puissances  $\alpha$ . La variance d'Allan est donc un outil bien adapté au calcul de la dispersion de mesures issues d'un oscillateur.

De manière similaire à la partie sur la variance classique, la convergence à l'infini est assurée par la fréquence de coupure haute  $f_h$  de tout système physique.

Si on calcule l'intégrale de l'équation (33) pour chaque type de bruit en  $f^\alpha$ , on constate que l'on peut aussi écrire  $\sigma_y^2(\tau)$  comme une loi de puissance de  $\tau$  à l'aide des mêmes coefficients  $h_\alpha$ . On obtient [4, 9] :

$$\begin{aligned}\sigma_y^2(\tau) &= h_{-2} \times \frac{(2 \times \pi)^2}{6} \times \tau + h_{-1} \times 2 \times \ln(2) + h_0 \times \frac{1}{2 \times \tau} \\ &+ h_1 \times \frac{1,038 + 3 \times \ln(2 \times \pi \times f_h \times \tau)}{(2 \times \pi)^2 \times \tau^2} + h_2 \times \frac{3 \times f_h}{(2 \times \pi)^2 \times \tau^2}\end{aligned}\quad (34)$$

Il est donc possible d'obtenir une correspondance entre les exposants  $\alpha$  dans  $S_y(f)$  et des exposants  $\mu$  dans  $\sigma_y^2(\tau)$  pour chaque type de bruit considéré. Cette correspondance est donnée dans le tableau suivant.

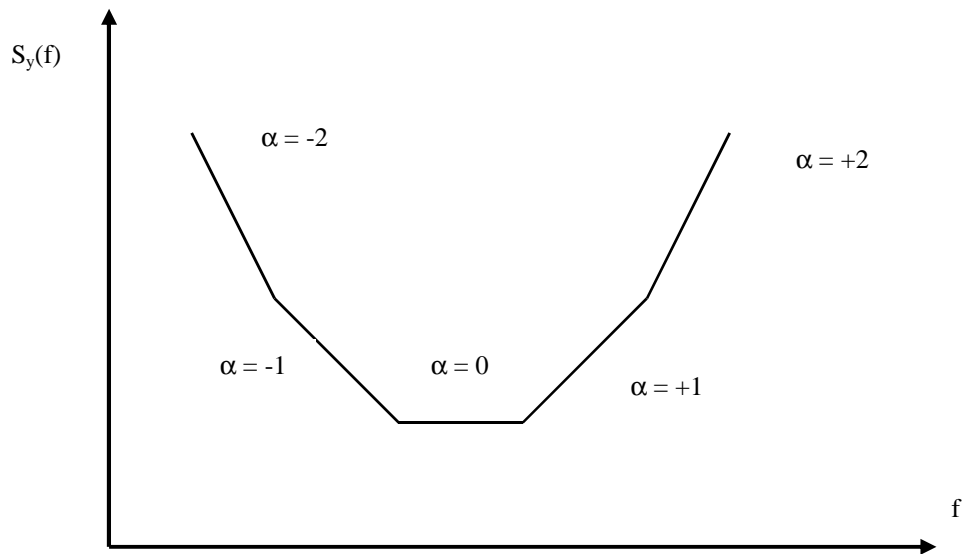
Tableau A1.3. Correspondance entre les exposants  $\alpha$  dans  $S_y(f)$  et les exposants  $\mu$  dans  $\sigma_y^2(\tau)$

	$\alpha [S_y(f)]$	$\mu [\sigma_y^2(\tau)]$
Bruit de marche aléatoire de fréquence (Random Walk Frequency Noise)	-2	1
Bruit de scintillation de fréquence (Flicker Frequency Noise)	-1	0
Bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise)	0	-1
Bruit de scintillation de phase (Flicker Phase Noise)	1	-2
Bruit blanc de phase (White Phase Noise)	2	-2

On constate que la variance d'Allan AVAR ne permet pas de discriminer le bruit blanc de phase du bruit de scintillation de phase, puisque les exposants  $\mu$  sont les mêmes : c'est la raison pour laquelle on a introduit la variance d'Allan dite « modifiée », développée à la partie A1.4.

#### A1.3.4 Tracé bi-logarithmique de la densité spectrale $S_y(f)$ et de l'écart-type d'Allan

Puisque la densité spectrale  $S_y(f)$  s'exprime par une loi de puissance, son tracé sur un

Figure A1.7 : Tracé bi-logarithmique de la densité spectrale  $S_y(f)$ 

On rappelle que l'écart-type est la racine carrée de la variance, et c'est en général l'écart-type d'Allan  $\sigma_y(\tau)$  qui est tracé (les exposants  $\mu$  sont divisés par 2), dénommé ADEV dans la littérature (pour « Allan Standard Deviation » en anglais). Comme dans le cas de la densité spectrale, sur un tracé bi-logarithmique (on trace le logarithme en base 10 de  $\sigma_y(\tau)$  en fonction du logarithme en base 10 de  $\tau$ ), on identifie les différents types de bruits par des droites de pentes connues en fonction de la période d'analyse.

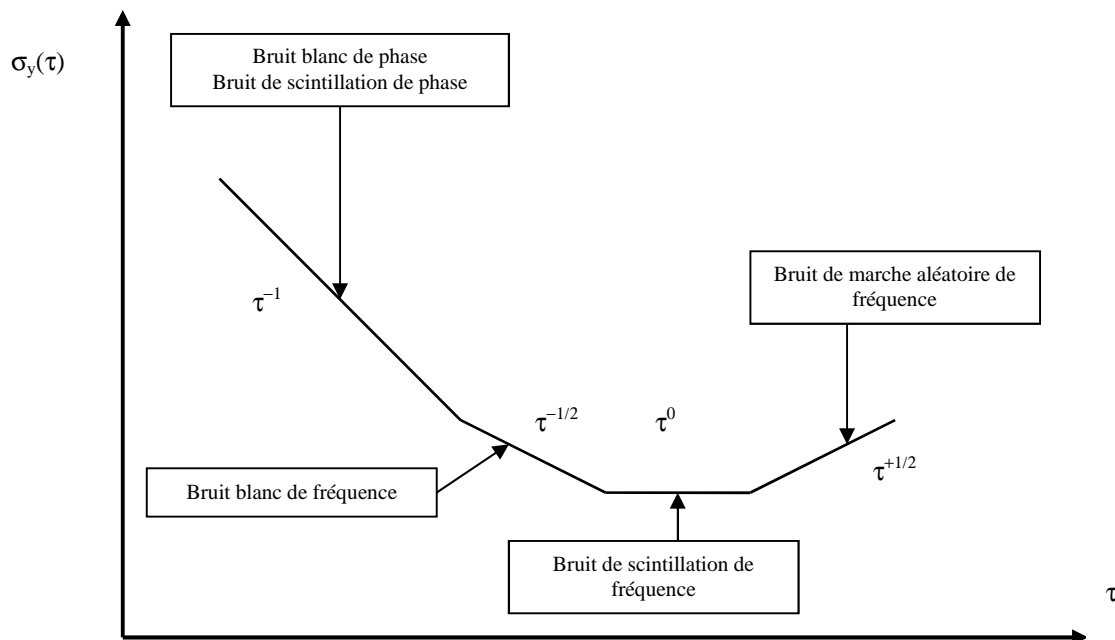


Figure A1.8 : Tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan

Cette facilité d'analyse pour l'identification des différents types de bruits présents dans les oscillateurs a largement contribué à la popularité de la variance d'Allan par rapport à d'autres variances. Par ailleurs, le fait qu'en présence d'un bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise Modulation) la variance d'Allan AVAR est un estimateur direct de la variance vraie a aussi pesé lourd, étant donné que les physiciens sont justement intéressés par la fréquence moyenne dans le domaine de cette modulation de bruit. Enfin un tracé d'écart-type d'Allan met en évidence l'évolution de la stabilité en fonction du temps d'un système : on constate en effet que l'instabilité caractérisée par cet écart-type d'Allan a tendance à décroître au cours du temps, avant d'atteindre un palier plancher, puis d'augmenter à nouveau.

### A1.3.5 Incertitudes sur la variance d'Allan : loi du $X^2$ (« chi-deux ») et intervalles de confiance

Dans le cadre de ce texte, il est impossible de détailler l'étude des intervalles de confiance permettant d'évaluer la précision des résultats des calculs de variance d'Allan par rapport à la variance vraie, et on n'en donnera qu'un rapide aperçu. L'essentiel de cette partie est inspiré de [7].

Une des hypothèses de départ est que les  $y(t)$  sont des échantillons d'une variable aléatoire gaussienne. La variance, qui correspond à la moyenne du carré de ces échantillons (voir les équations (19) ou (28)), suit par conséquent une distribution suivant la loi du  $X^2$  (loi du « chi deux » ou du « chi carré »). A l'aide d'une table donnant la probabilité de distribution du  $X^2$ , on peut calculer un intervalle de confiance de l'estimateur  $\sigma_y^2(\tau)$  d'une variance vraie  $\sigma^2(\tau)$  inconnue. Pour ce faire, il faut introduire la notion de « degré de liberté » (d.l.).

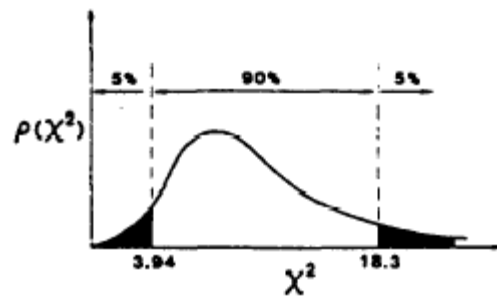
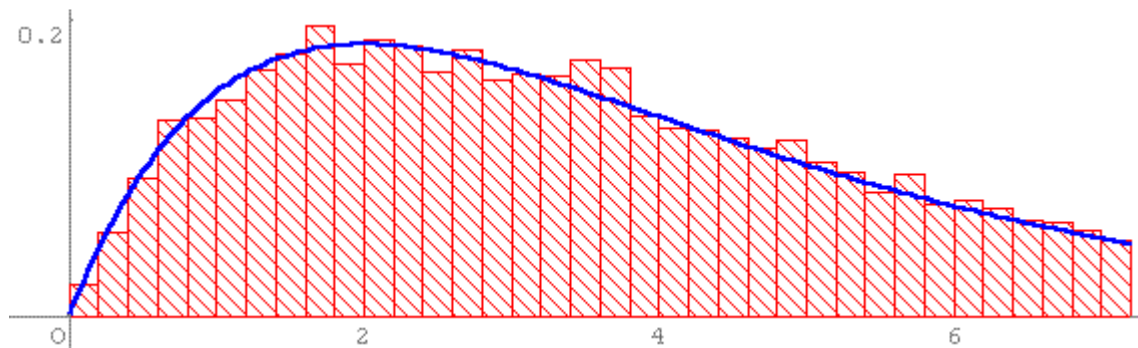
En général, on choisit 90 % comme intervalle de confiance. Cela signifie que la probabilité de trouver la variance vraie  $\sigma^2(\tau)$  en dehors de l'intervalle de confiance est de 10 %, réparti de 0 à 5 % d'un côté, et de 95 à 100 % à l'autre extrémité de la loi du  $X^2$ . On doit alors calculer la loi de probabilité du  $X^2$  pour les valeurs  $X^2(0,05)$  et  $X^2(0,95)$ , l'intervalle de confiance étant défini par la relation :

$$X^2(0,05) < (d.l.) \times \frac{\sigma_y^2(\tau)}{\sigma^2(\tau)} < X^2(0,95) \quad (35)$$

Ce qui permet de donner l'intervalle de confiance, la « fourchette » à l'intérieur de laquelle on a une probabilité de 90 % de trouver la variance vraie  $\sigma^2(\tau)$  :

$$\frac{(d.l.) \times \sigma_y^2(\tau)}{X^2(0,95)} < \sigma^2(\tau) < \frac{(d.l.) \times \sigma_y^2(\tau)}{X^2(0,05)} \quad (36)$$

La loi du  $X^2$  peut se tracer comme sur les figures A1.9 et A1.10 (échelles arbitraires). On constate que cette loi n'est pas symétrique autour de son maximum (comme peut l'être une loi de Gauss par exemple), ce qui fait que les intervalles de confiance autour des valeurs de la variance d'Allan avec recouvrement AVAR ne seront pas non plus symétriques.

Figure A1.9 : Loi de probabilité du  $\chi^2$  pour 10 degrés de liberté [10]Figure A1.10 : Loi de probabilité du  $\chi^2$  [11]

La principale difficulté est alors d'évaluer le degré de liberté (d.l.) qui dépend du type de bruit. Des travaux approfondis [7] ont permis la détermination de formules empiriques limites qui expriment des degrés de liberté « équivalents » (d.l.e.), en anglais « equivalent degree of freedom » (edf), en fonction du nombre d'échantillons et du nombre de points utilisés dans le calcul de la variance d'Allan avec recouvrement AVAR, mais aussi en fonction du type de bruit dominant. Ces formules sont données dans le tableau suivant, où  $N$  est le nombre d'échantillons de phase  $x(t)$  et  $m$  est donné par la relation  $\tau = m \times \tau_0$ .



Tableau A1.4 : Degrés de liberté équivalents pour la variance d'Allan avec recouvrement AVAR [4]

Type de modulation de bruit	AVAR (d.l.e.)	
Bruit blanc de phase (White Phase Noise)	$\frac{(N+1) \times (N-2 \times m)}{2 \times (N-m)}$	
Bruit de scintillation de phase (Flicker Phase Noise)	$\exp\left(\ln\left(\frac{N-1}{2 \times m}\right) \times \ln\left(\frac{(2 \times m+1) \times (N-1)}{4}\right)\right)^{1/2}$	
Bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise)	$\left(\frac{3 \times (N-1)}{2 \times m} - \frac{2 \times (N-2)}{N}\right) \times \frac{4 \times m^2}{4 \times m^2 + 5}$	
Bruit de scintillation de fréquence (Flicker Frequency Noise)	$\frac{2 \times (N-2)^2}{2,3 \times N - 4,9}$	$m = 1$ $\tau = \tau_0$
	$\frac{5 \times N^2}{4 \times m \times (N + 3 \times m)}$	$m > 1$
Marche aléatoire de fréquence (Random-Walk Frequency Noise)	$\left(\frac{N-2}{m}\right) \times \left(\frac{(N-1)^2 - 3 \times m \times (N-1) + 4 \times m^2}{(N-3)^2}\right)$	

Ce sont ces formules qui servent au calcul des intervalles de confiance dans le logiciel Stable32 disponible dans le commerce. Le tableau suivant donne une idée sur l'ordre de grandeur de ces degrés de liberté équivalents en fonction du nombre d'échantillons  $m$  utilisés pour le calcul de AVAR. On y constate bien que plus le nombre d'échantillons  $m$  est grand, plus le degré de liberté équivalent est petit, donc plus l'intervalle de confiance donné par (36) est petit.

Tableau A1.5 : Degrés de liberté équivalents en fonction du nombre N de données disponibles et du paramètre m donné par  $\tau = m \times \tau_0$  [10]

Number of Degrees of Freedom for Calculation of the Confidence of the Estimate of a Sample Allan Variance for the Major Noise Types*						
N	m	White phase	Flicker phase	White frequency	Flicker frequency	Random-walk frequency
9	1	3.665	4.835	4.900	6.202	7.000
	2	3.237	3.537	3.448	3.375	2.866
	4	1.000	1.000	1.000	1.000	0.999
129	1	65.579	79.015	84.889	110.548	127.000
	2	64.819	66.284	71.642	77.041	62.524
	4	63.304	52.586	42.695	36.881	29.822
	8	60.310	37.306	21.608	16.994	13.567
	16	54.509	22.347	9.982	7.345	5.631
	32	44.761	9.986	4.026	2.889	2.047
	64	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
1025	1	526.373	625.071	682.222	889.675	1023.000
	2	525.615	543.863	583.622	636.896	510.502
	4	524.088	459.041	354.322	316.605	253.755
	8	521.038	366.113	186.363	156.492	125.395
	16	514.952	269.849	93.547	76.495	61.241
	32	502.839	179.680	45.947	36.610	29.210
	64	478.886	104.743	21.997	16.861	13.288
	128	432.509	50.487	10.003	7.281	5.516
	256	354.914	17.429	4.003	2.861	2.005
	512	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

\* N is the number of equally spaced phase points that are taken m at a time to form the averaging time.

### A1.3.6 Détection d'une dérive linéaire de fréquence

Jusqu'ici, on n'a considéré que des signaux aléatoires. Dans cette partie, on montre que la variance d'Allan AVAR permet de manière simple de détecter dans les données analysées un signal déterministe : une dérive linéaire de fréquence. Les oscillateurs exhibent en général ce genre de dérive à long terme. On peut modéliser l'écart de fréquence instantané  $y(t)$  d'une dérive linéaire en fréquence par :

$$y(t) = y_0 + D \times t \quad (37)$$

où  $y_0$  est l'écart de fréquence à l'origine et D est la dérive linéaire.

Si on reprend la formule (9), on peut calculer la valeur moyenne  $\bar{y}_k$  en fonction de  $\tau$  :

$$\overline{y(t_k)} = \frac{1}{\tau} \times \int_{t_k}^{t_k + \tau} (y_0 + D \times u) \times du \quad (38)$$

Ce qui donne simplement :

$$\overline{y(t_k)} = y_0 + \frac{D \times \tau}{2} + D \times t_k \quad (39)$$

Selon la formule (28), on peut calculer la variance d'Allan par la moyenne infinie du carré de l'écart entre deux  $\bar{y}_k$  consécutifs :

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2} \times \left\langle (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \right\rangle = \frac{D^2}{2} \times \tau^2 \quad (40)$$

On constate donc que la variance d'Allan d'écarts de fréquence instantanés affectés d'une dérive linéaire de fréquence s'exprime en loi de puissance de  $\tau$ , suivant  $\tau^2$ . D'après la formule (34), aucun des types de bruits présents dans les oscillateurs ne s'exprime en fonction de cette puissance de  $\tau$ . Par conséquent un comportement de la variance suivant  $\tau^2$  est la signature d'une dérive linéaire de fréquence. Sur un tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan, cela correspond à une pente +1.

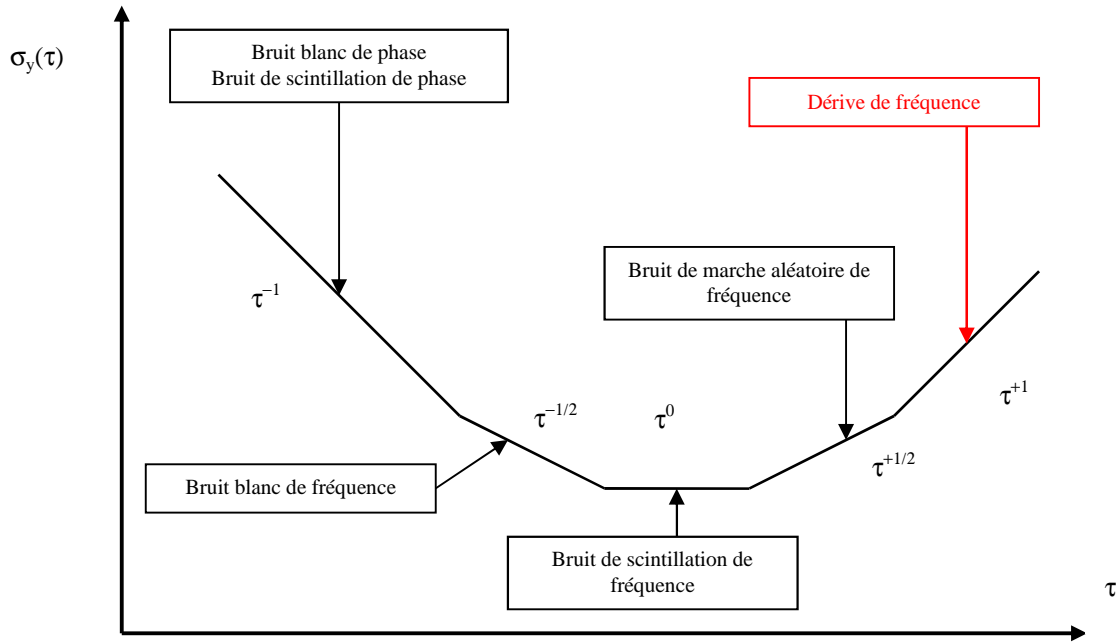


Figure A1.11 : Tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan incluant une dérive de fréquence

### A1.3.7 Détection d'un signal périodique dans $y(t)$

Autre signal déterministe souvent présent dans les données à analyser, un signal périodique a également une signature particulière lorsqu'on calcule une variance d'Allan. On considère un ensemble d'échantillons d'écarts de fréquence instantanés  $y(t)$  affectés d'un signal périodique de période  $T_0$ , donc de fréquence  $f_0 = 1 / T_0$ , suivant :

$$y(t) = a \times \sin(2 \times \pi \times f_0 \times t) \quad (41)$$

A partir de ce signal, la densité spectrale  $S_y(f)$  s'écrit :

$$S_y(f) = \frac{a^2}{2} \times \delta(f - f_0) \quad (42)$$

où  $\delta(f)$  est la fonction de distribution de Dirac dans le domaine des fréquences de Fourier. On peut alors calculer la variance d'Allan d'après (33) :

$$\sigma_y^2(\tau) = a^2 \times \int_0^\infty \delta(f - f_0) \times \frac{\sin^4(\pi \times \tau \times f)}{(\pi \times \tau \times f)^2} \times df \quad (43)$$

Les propriétés de la distribution de Dirac sont telles qu'on obtient directement :

$$\sigma_y^2(\tau) = a^2 \times \frac{\sin^4(\pi \times \tau \times f_0)}{(\pi \times \tau \times f_0)^2} \quad (44)$$

On obtient ainsi une courbe similaire à celle tracée sur la figure A1.6, c'est à dire une oscillation qui est nulle pour tout  $\tau$  donné par :

$$\tau = \frac{k}{f_0} = k \times T_0 \quad (45)$$

Cette oscillation atteint ses maxima consécutifs pour des périodes d'analyse  $\tau$  données par :

$$\tau = \frac{2 \times k + 1}{2 \times f_0} = (2 \times k + 1) \times \frac{T_0}{2} \quad (46)$$

le premier maximum est atteint pour  $k = 0$ , soit pour  $\tau = T_0/2$ , et il vaut alors :

$$\sigma_y^2\left(\frac{T_0}{2}\right) = \left(\frac{2 \times a}{(2 \times k + 1) \times \pi}\right)^2 \quad (47)$$

Sur un tracé bi-logarithmique d'écart-type d'Allan, si l'amplitude  $a$  est suffisante pour que ce signal émerge du bruit de l'oscillateur, un terme périodique de période  $T_0$  apparaîtra comme une succession de bosses dont le sommet est atteint pour chaque multiple impair de la demi-période  $T_0/2$ .

## A1.4 Variance d'Allan modifiée MVAR

### A1.4.1 Limites de AVAR pour les modulations en bruits de phase

On peut le voir dans l'équation (34), la variance d'Allan AVAR ne sait pas discriminer entre les modulations de bruit blanc de phase et de bruit de scintillation de phase, qui s'expriment toutes deux en fonction de  $\tau^{-2}$  ( $\tau^{-1}$  pour l'écart-type d'Allan, donc en pente -1 sur un tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan). Par ailleurs, AVAR est un estimateur sans biais par rapport à la variance vraie dans le cas d'une modulation en bruit blanc de fréquence, mais ce n'est pas vrai pour les modulations en bruit blanc de phase et en bruit de scintillation de

phase. C'est pourquoi d'autres développements ont été menés, qui ont abouti à la génération de la variance d'Allan modifiée, ou MVAR qui s'écrit  $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ .

### A1.4.2 Définition de MVAR

Appliquée sur un ensemble d'échantillons  $y(t)$  espacés d'une période d'échantillonnage  $\tau_0$ , MVAR est donnée par la formule suivante :

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2 \times m^2} \times \left\langle \left( \sum_{i=1}^m (\bar{y}_{i+m} - \bar{y}_i) \right)^2 \right\rangle \quad (48)$$

où  $m$  est donné par la formule  $\tau = m \times \tau_0$ , et les moyennes  $\bar{y}_i$  peuvent s'écrire :

$$\bar{y}_i = \frac{1}{m} \times \sum_{k=i}^{i+m-1} y_k = \frac{x_{i+m-1} - x_{i-1}}{m \times \tau_0} \quad (49)$$

Attention : il s'agit dans la formule (48) de calculer la moyenne infinie du carré d'une somme (et non de la somme des carrés). En utilisant (48) et (49), on peut écrire MVAR en fonction des écarts de phase  $x(t)$  :

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2 \times m^2 \times \tau^2 \times (N - 3 \times m + 1)} \times \sum_{j=1}^{N-3 \times m+1} \left( \sum_{i=j}^{j+m-1} (x_{i+2 \times m} - 2 \times x_{i+m} + x_i) \right)^2 \quad (50)$$

que l'on peut aussi développer ainsi :

$$\text{Mod}\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2 \times m^2 \times \tau^2 \times (N - 3 \times m + 1)} \times \sum_{j=1}^{N-3 \times m+1} \left( \sum_{i=j+2 \times m}^{j+3 \times m-1} x_i - 2 \times \sum_{i=j+m}^{j+2 \times m-1} x_i + \sum_{i=j}^{j+m-1} x_i \right)^2 \quad (51)$$

Par exemple, pour  $m = 3$  et  $j = 1$ , il faudra prendre comme échantillons d'écarts de phase :

$$(x_9 + x_8 + x_7) - 2 \times (x_6 + x_5 + x_4) + (x_3 + x_2 + x_1) \quad (52)$$

Alors que AVAR était un estimateur sans biais de la variance sur  $y(t)$  en présence d'une modulation de bruit blanc de fréquence, MVAR est un estimateur sans biais de la variance sur  $y(t)$  en présence d'une modulation de bruit blanc de phase.

### A1.4.3 Relation densité spectrale et variance d'Allan modifiée MVAR

Il est possible de mener le même type de raisonnement qu'aux parties A1.2.2 et A1.3.3, en décrivant la séquence de calcul de MVAR, pour déterminer la Fonction de transfert  $H_{M,\tau}(f)$ , qui est donnée par [1] :

$$H_{M,\tau}^2(f) = \frac{2 \times \sin^6(\pi \times \tau \times f)}{m^2 \times (\pi \times \tau \times f)^2 \times \sin^2(\pi \times \tau_0 \times f)} \quad (53)$$

avec  $\tau = m \times \tau_0$ .

Cette fonction peut être représentée par le tracé de la figure A1.12.

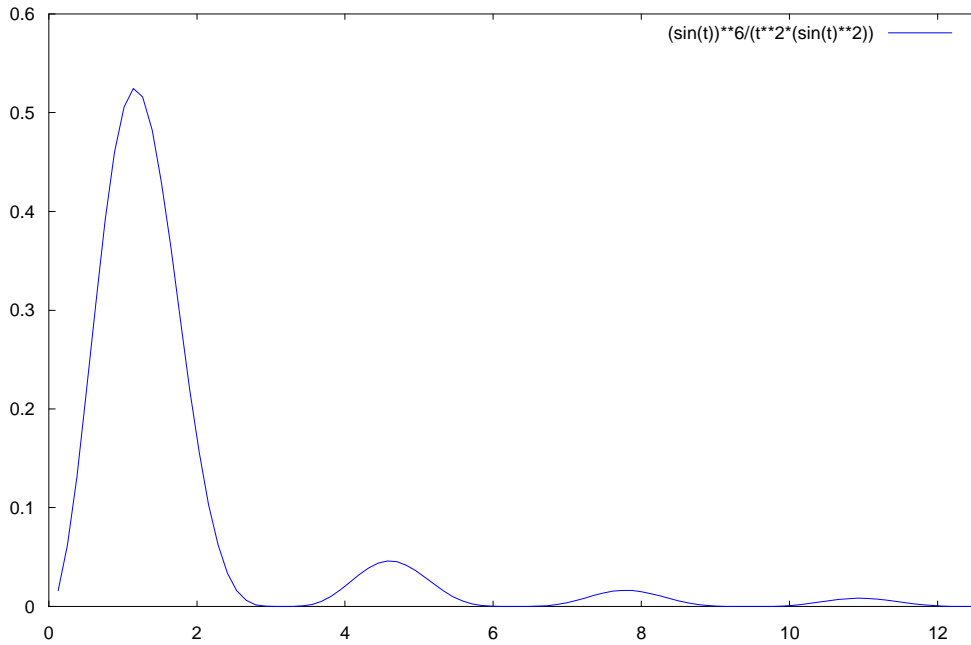


Figure A1.12. Fonction de transfert de la variance d'Allan modifiée MVAR

On constate un comportement très proche de la variance d'Allan classique, notamment lorsque  $f$  tend vers 0. Mais il y a une répartition d'énergie différente dans les lobes secondaires, ce qui est la raison pour laquelle MVAR est capable de discriminer les bruits de phase, en général présents pour les petites périodes d'analyse, donc pour les grandes fréquences de Fourier.

En fonction de la densité spectrale  $S_y(f)$ , la variance d'Allan modifiée MVAR s'écrit [1] :

$$Mod\sigma_y^2(\tau) = \frac{2}{(\pi \times m \times \tau)^2} \times \int_0^{f_h} S_y(f) \times \frac{\sin^6(\pi \times \tau \times f)}{f^2 \times \sin^2(\pi \times \tau_0 \times f)} \times df \quad (54)$$

avec  $\tau = m \times \tau_0$ .

Comme avec la variance d'Allan, on peut vérifier que cette intégrale converge pour les puissances  $\alpha$  de la loi de puissance de la densité spectrale  $S_y(f)$  en fonction des limites de  $f$ .

#### A1.4.4 Tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan modifié

En fonction de  $\tau$ , MVAR s'exprime en puissance  $\mu'$  qui vaut -3 dans le cas d'une modulation en bruit blanc de phase et -2 en présence d'une modulation de bruit de scintillation de phase. Les correspondances entre exposants sont données dans le tableau A1.6.

Tableau A1.6 : Correspondance entre les exposants  $\alpha$  dans  $S_y(f)$ , les exposants  $\mu$  dans  $\sigma_y^2(\tau)$ , et les exposants  $\mu'$  dans  $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$

	$\alpha [S_y(f)]$	$\mu [\sigma_y^2(\tau)]$	$\mu' [\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)]$
Bruit de marche aléatoire de fréquence (Random Walk Frequency Noise)	-2	1	1
Bruit de scintillation de fréquence (Flicker Frequency Noise)	-1	0	0
Bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise)	0	-1	-1
Bruit de scintillation de phase (Flicker Phase Noise)	1	-2	-2
Bruit blanc de phase (White Phase Noise)	2	-2	-3

Sur un tracé bi-logarithmique, l'écart-type d'Allan modifié, dénommé MDEV dans la littérature pour « Modified Allan Standard Deviation », exhibe une pente -3/2 pour le bruit blanc de phase, et -1 pour le bruit de scintillation de phase. La figure A1.13 montre ces pentes caractéristiques.

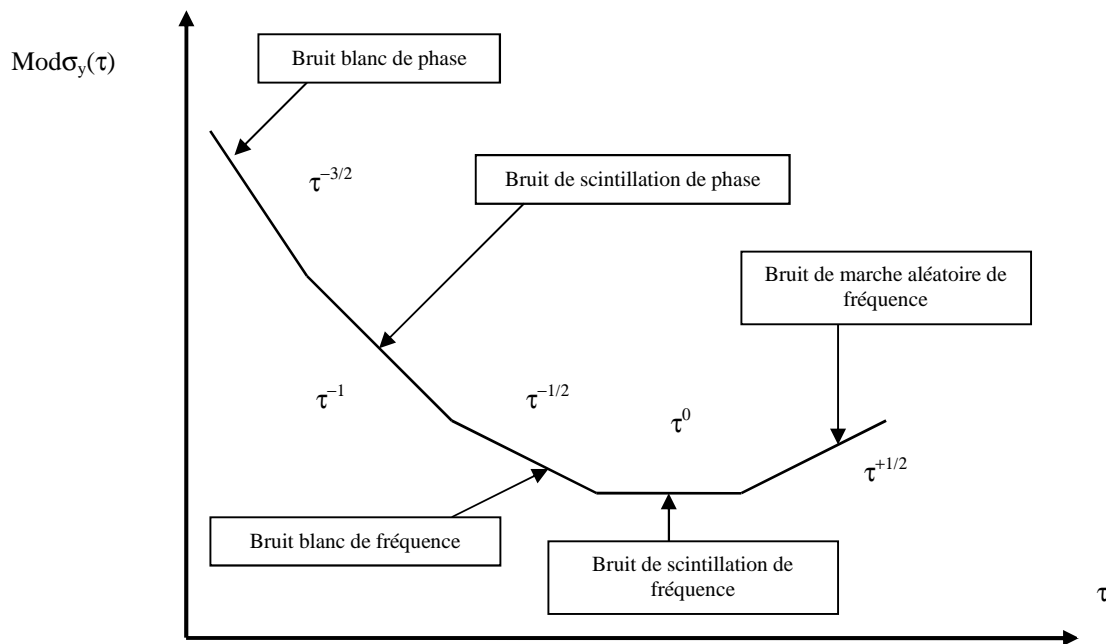


Figure A1.13 : Tracé bi-logarithmique de l'écart-type d'Allan modifié

#### A1.4.5 Incertitudes sur MVAR

A priori, comme pour AVAR, MVAR suit une loi du  $X^2$ . Mais le calcul des degrés de liberté équivalents (edf) est plus complexe que dans le cas de AVAR et ne sera pas abordé ici. On trouvera des développements utiles dans les références [13] et [14].

#### A1.4.6 Relation entre AVAR et MVAR

Il est important de maîtriser le passage entre AVAR et MVAR, qui dépend évidemment du type de modulation de bruit prépondérante, mais aussi du nombre  $m$ , correspondant à  $\tau = m \times \tau_0$ , sur lequel est calculée la variance. On utilise en général le diagramme suivant qui donne le rapport  $R(m) = \text{MVAR}/\text{AVAR}$  :



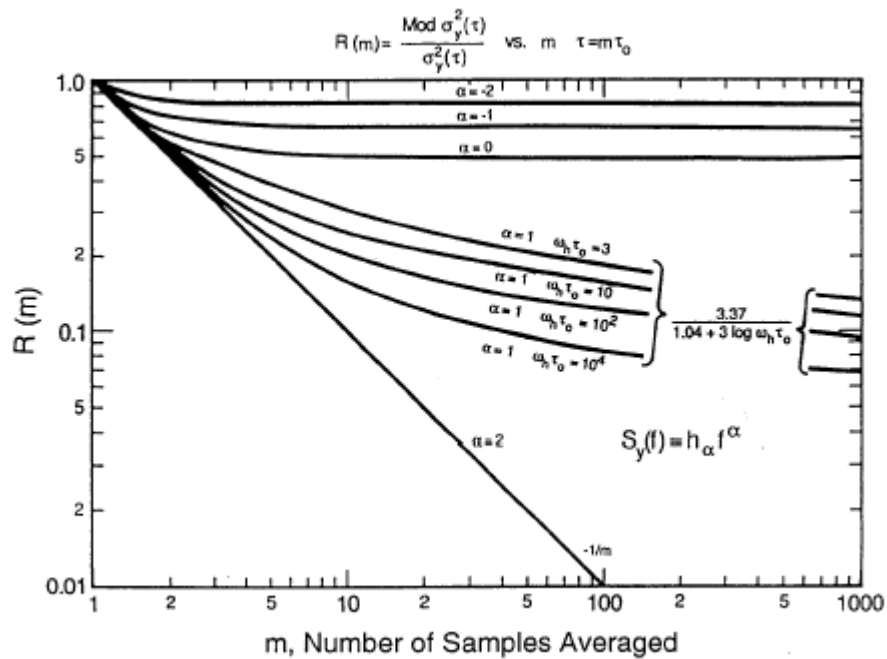


Figure A1.14 : Correspondance entre AVAR et MVAR [1] [14]

Indiquée sur la figure,  $\omega_h$  est une « pulsation » donnée par :  $\omega_h = 2 \times \pi \times f_h$ , où  $f_h$  est la fréquence de coupure haute du système. Pour  $\alpha = 0$  (bruit blanc de fréquence), la valeur limite de  $R(m)$  pour  $m$  suffisamment grand est  $R(m) = 0,5$ . Autrement dit, la variance d'Allan modifiée est biaisée d'un facteur  $1/2$  par rapport à la variance vraie en présence d'une modulation en bruit blanc de fréquence. Pour  $\alpha = -1$  (bruit de scintillation de fréquence), la valeur limite de  $R(m)$  pour  $m$  suffisamment grand est  $R(m) = 0,675$ . Et pour  $\alpha = -2$  (bruit de marche aléatoire de fréquence), la valeur limite de  $R(m)$  pour  $m$  suffisamment grand est  $R(m) = 0,825$ . On peut noter que  $R(m)$  est le plus complexe dans le cas  $\alpha = 1$ , c'est à dire une modulation de bruit de scintillation de phase.

## A1.5 Variance d'Allan temporelle TVAR

Pour les applications temps ou phase dans le domaine métrologique, une variance temporelle d'Allan dénommée TVAR a été introduite. Elle s'écrit  $\sigma_x^2(\tau)$ , se rapportant ainsi à la variable  $x(t)$ . Elle permet de ne considérer MVAR que comme un intermédiaire de calcul entre AVAR et TVAR.

### A1.5.1 Définition de TVAR

Par définition, TVAR se déduit de MVAR par la formule suivante [15] :

$$\sigma_x^2(\tau) = \frac{\tau^2}{3} \times \text{Mod}\sigma_y^2(\tau) \quad (55)$$

Cela revient à transformer l'axe des ordonnées, de manière à basculer le tracé de MVAR.

A la différence de AVAR et MVAR qui portent sur des valeurs relatives de fréquence normées  $y(t)$ , donc sans unité, TVAR, qui porte sur des valeurs d'écart de temps  $x(t)$ , a une unité :  $s^2$ . Par ailleurs, l'expression de TVAR en fonction de la densité spectrale  $S_y(f)$  se déduit facilement de celle de MVAR en associant les formules (54) et (55).

### A1.5.2 Tracé bi-logarithmique de l'écart-type temporel d'Allan

D'une manière analogue à ce qui est montré pour MVAR, on peut donner dans un tableau les équivalences de puissances de la loi de puissance de  $\tau$  pour AVAR, MVAR et TVAR.

Tableau A1.7 : Correspondance entre les exposants  $\alpha$  dans  $S_y(f)$ , les exposants  $\mu$  dans  $\sigma_y^2(\tau)$ , les exposants  $\mu'$  dans  $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ , et les exposants  $\eta$  dans  $\sigma_x^2(\tau)$

	$\alpha$ [ $S_y(f)$ ]	$\mu$ [ $\sigma_y^2(\tau)$ ]	$\mu'$ [ $\text{Mod}\sigma_y^2(\tau)$ ]	$\eta$ [ $\sigma_x^2(\tau)$ ]
Bruit de marche aléatoire de fréquence (Random Walk Frequency Noise)	-2	1	1	3
Bruit de scintillation de fréquence (Flicker Frequency Noise)	-1	0	0	2
Bruit blanc de fréquence (White Frequency Noise)	0	-1	-1	1
Bruit de scintillation de phase (Flicker Phase Noise)	1	-2	-2	0
Bruit blanc de phase (White Phase Noise)	2	-2	-3	-1

Sur un tracé bi-logarithmique d'écart-type temporel d'Allan,  $\sigma_x(\tau)$ , dénommé TDEV dans la littérature pour « Time Allan Standard Deviation », on obtient pour chaque modulation de bruit les pentes caractéristiques suivantes :

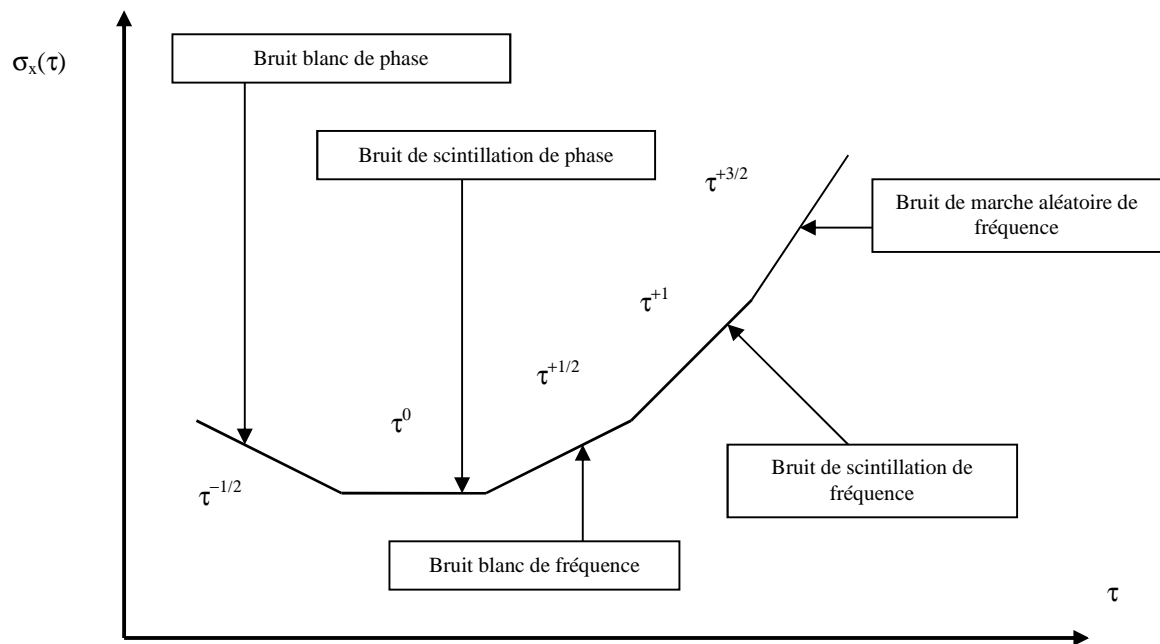


Figure A1.15 : Tracé bi-logarithmique de l'écart-type temporel d'Allan

On constate que l'identification des pentes dans le domaine des bruits de phase est facilitée par rapport à un tracé de l'écart-type d'Allan modifié (figure A1.13), car il y a rupture de pente explicite entre une modulation en bruit blanc de phase, une modulation en bruit de scintillation de phase, et une modulation en bruit de marche aléatoire de phase (qui équivaut à du bruit blanc de fréquence). Il est en effet plus facile de détecter un changement de la pente  $-1/2$  à la pente  $0$  qu'entre les pentes  $-3/2$  et  $-1$ . Par ailleurs, de manière analogue à AVAR, TVAR donne accès à la valeur sans biais de la variance vraie de phase dans le domaine de la modulation en bruit blanc de phase. C'est aussi la raison pour laquelle cette variance temporelle d'Allan est très utilisée pour les applications faisant appel à la phase.

## Références bibliographiques

- [1] NIST Technical Note 1337, Edited by D. B. Sullivan, D. W. Allan, D. A. Howe, F. L. Walls, *Characterization of Clocks and Oscillators*, NIST, March 1990. [Recueil d'articles et de recommandations, accessible par le site web du NIST à l'adresse suivante (2010) : <http://tf.boulder.nist.gov/general/pdf/868.pdf>]
- [2] P. Urich, Caractérisation de la stabilité des oscillateurs, Cours Master M1 Observatoire de Paris, 2010.
- [3] F. Vernotte, *Stabilité temporelle des oscillateurs: nouvelles variances, leurs propriétés, leurs applications*, Thèse de Doctorat, Université de Franche-Comté, Observatoire de Besançon, 1990.
- [4] *IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology - Random Instabilities*, IEEE Standard 1139-1999, IEEE: Piscataway, NJ, 1999, pp. 1-36.
- [5] David W. Allan, *Time and Frequency (Time Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators*, IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control, Vol. UFFC-34, No. 6, November 1987, pp. 647-654. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-121 – TN-128.
- [6] Paul Lesage and Théophane Ayi, *Characterization of Frequency Stability: Analysis of the Modified Allan Variance and Properties of Its Estimate*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurements, December 1984, Vol. IM-33, No. 4, pp. 332-336. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-259 – TN-263.
- [7] D. A. Howe, D. W. Allan and J. A. Barnes, *Properties of Signal Sources and Measurements*, Proc. of the 35<sup>th</sup> Annual Symposium on Frequency Control, May 1981, Philadelphia, PA, USA, pp. 669-717. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-14 – TN-60.
- [8] P. Lesage and C. Audouin, *Characterization and Measurement of Time and Frequency Stability*, Radio Science, Vol. 14, no. 4, 1979, pp. 521-539. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-171 – TN-189.
- [9] Report 580 of the International Radio Consultative Committee (CCIR), pp. 142-150, 1986. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-162 – TN-170.
- [10] S. Stein, *Frequency and Time – Their Measurement and Characterization*, Precision Frequency Control, Vol. 2, edited by E.A. Gerber and A. Ballato (Academic Press, New-York, 1985), pp. 191-232 and pp. 399-416. Reproduit dans NIST TN 1337 [1] pp. TN-61 – TN-120.
- [11] <http://www.irem.univ-mrs.fr/activites/lycee/lyacc305.php>

- [12] J. Vanier, C. Audouin, *The Quantum Physics of Atomic Frequency Standards*, Vol. 1, *Appendix 2F Characterisation of Frequency Stability*, Adam Hilger editors, 1989, pp 216-256.
- [13] Marc A. Weiss and Charles A. Greenhall, *A Simple Algorithm for Approximating Confidence on the Modified Allan Variance and on the Time Variance*, Proc. of the 28<sup>th</sup> Annual Precise Time and Time Interval Meeting, 1996, pp. 215-223.
- [14] Marc A. Weiss, Fred L. Walls, Charles A. Greenhall, and Tod Walter, *Confidence on the Modified Allan Variance and on the Time Variance*, Proc. of the European Frequency and Time Forum, Besançon, 1995, pp. 153-165.
- [15] David W. Allan, Marc A. Weiss, and James L. Jespersen, *A Frequency-Domain View of Time-Domain Characterization of Clocks and Time and Frequency Distribution Systems*, Proc. of the 45<sup>th</sup> Annual Symposium on Frequency Control, May 1991, pp. 667 – 678.

## Annexe 2.

# Modem SATRE

### A2.1 Présentation – Fonctions du modem

Le modem SATRE (*Satellite Time and Ranging Equipment*) est un terminal satellite (modulateur/démodulateur) dédié TWSTFT, fabriqué exclusivement par la société allemande TimeTech. Il se présente sous forme de modules enfichables et constitue de ce fait une solution évolutive. La figure A2.1 représente une vue de la face avant du modem.



Figure A2.1 : Vue de la face avant du modem SATRE (document TimeTech)

Les différents modules sont visibles sur le côté gauche de l'appareil (figure A2.1). On différencie trois types de modules selon leurs fonctions : les modules de contrôle (présence de LEDs), tels que TX CPU (pour le contrôle de la partie émission) et RX CPU (pour le contrôle de la partie réception), les modules utilisés pour l'émission (module TX) et la réception (module RX) des signaux (présence de connecteurs) ainsi qu'un module TIC pour la mesure d'intervalles de temps. On remarque également sur cette photographie la présence d'un écran LCD permettant de visualiser, en temps réel, les divers paramètres du modem.

Il existe actuellement trois types de terminaux satellites dédiés TWSTFT : le modèle *SATRE* développé par *Timetech*, le modèle *ATLANTIS* développé au NIST (utilisé en Amérique et en Asie) et le modèle *NICT* développé au NICT (utilisé en Asie). Le modem de type *SATRE* est utilisé pour les liaisons américaines et transatlantiques (Europe ↔ Etats-Unis et Europe ↔ Asie). Il est de type « duplex simultané », ce qui signifie qu'il peut à la fois émettre et recevoir des signaux à tout moment (fonctionnement bidirectionnel simultané).

D'autre part, il possède deux entrées spécifiques au transfert de données temps : une entrée 1 pps (une impulsion par seconde) et un signal de référence sinusoïdal à 5 MHz ou 10 MHz, ainsi que des sorties de référence à 5 MHz et 10 MHz utilisées pour asservir les oscillateurs locaux de la station. Le modem SATRE comprend un compteur d'intervalles de temps interne (TIC interne) et dispose d'un port série et d'un port Ethernet permettant de synchroniser l'horloge interne du modem à une référence de temps et de piloter ce dernier, en supplément d'une programmation interne possible.

## A2.2 Principe de fonctionnement du modem

Le schéma global du fonctionnement du modem est donné en figure A2.2 [1].

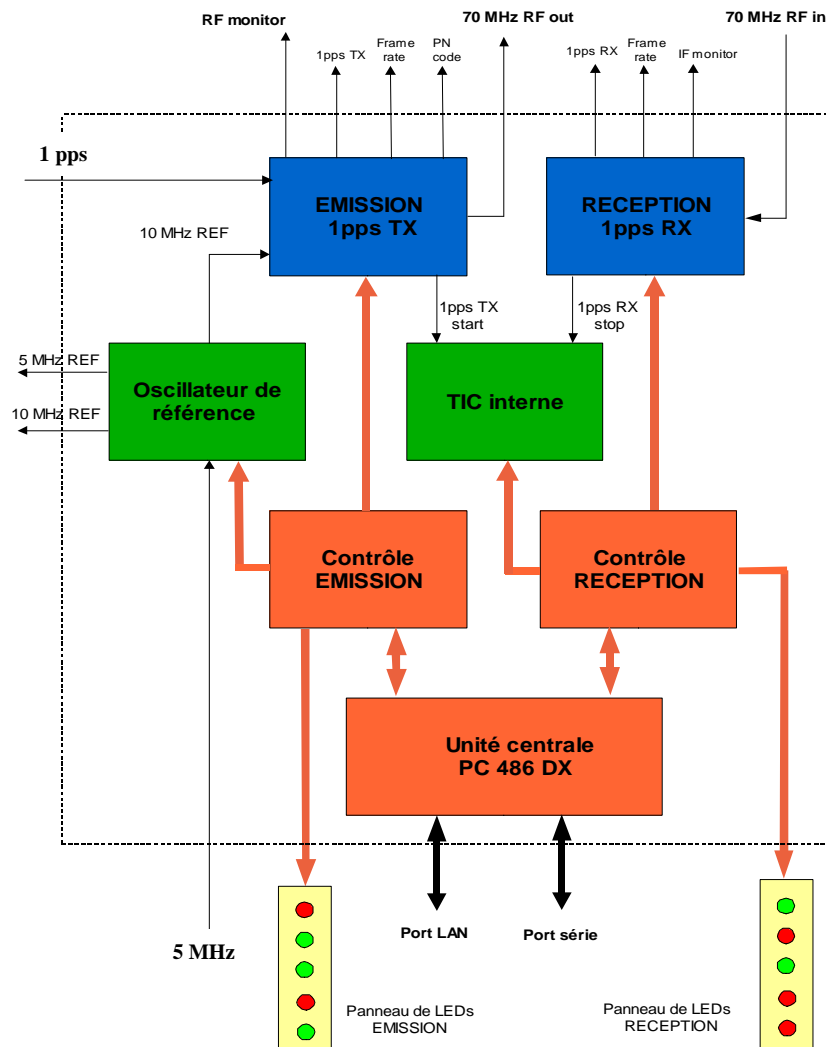


Figure A2.2 : Schéma global du fonctionnement du modem SATRE

D'après la figure A2.2, on distingue trois unités principales :

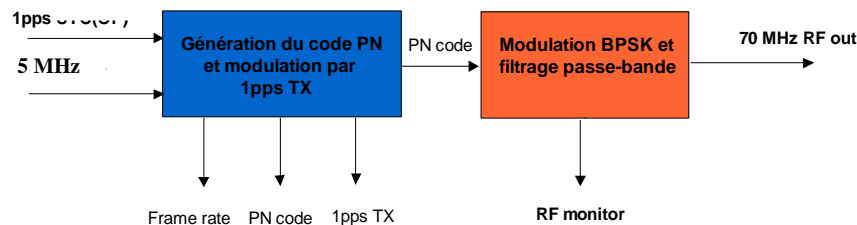
- une unité CONTRÔLE (en orange) constituée par l'ordinateur PC 486 DX, les modules TX CPU (module « Contrôle EMISSION » et panneau de LEDs EMISSION) et RX CPU (module « Contrôle RECEPTION » et panneau de LEDs RECEPTION)
- une unité EMISSION et RECEPTION des signaux d'informations (en bleu),
- une troisième unité (en vert) constituée par le module « Oscillateur de référence » permettant la génération du signal de référence interne *10 MHz REF* et la génération des signaux externes de *5 MHz* et *10 MHz REF* à partir du signal externe de référence issu d'une horloge atomique de l'Observatoire de Paris (en supposant que ce signal alimente le modem).

On constate également la présence d'un module « TIC interne » pour la mesure de l'intervalle de temps séparant le signal 1pps émis (*1pps TX*) du signal 1pps reçu (*1pps RX*).

La description de l'unité EMISSION et RECEPTION des signaux d'horloges, est développée dans la suite. Les schémas blocs correspondant à cette unité sont représentés sur la figure A2.3 [2] [3] [4] [5]. L'approche menée a consisté à élaborer des schémas blocs (à l'aide des références bibliographiques indiquées).



### SCHEMA BLOC DU MODULE EMISSION



### SCHEMA BLOC DU MODULE RECEPTION

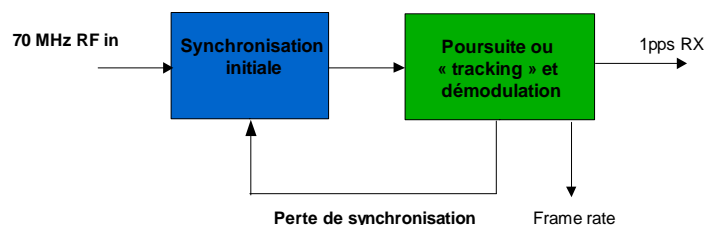


Figure A2.3 : Schéma bloc des modules EMISSION et RECEPTION

Pour le module EMISSION :

Le signal 5 MHz REF est utilisé pour élaborer un code pseudo-aléatoire de bruit, c'est-à-dire un signal numérique dont les états sont générés de façon partiellement aléatoire suivant une loi bien précise. Ce code est ensuite modulé par le signal 1pps TX créé à partir du signal 1 pps généré par l'horloge numérique TST 6460 à partir du signal de la même horloge maser alimentant le modem. Le signal résultant de cette modulation est une séquence binaire nommée PN code. Cette séquence module ensuite une porteuse à 70 MHz via une modulation de type BPSK. Le signal modulé obtenu est alors transmis dans un filtre passe-bande afin d'être adapté à la bande allouée dans le répéteur du satellite. Sur la face avant du modem, on peut avoir accès, à l'aide de connecteurs SMC, aux signaux frame rate, PN code et 1pps TX correspondant respectivement au taux de la séquence binaire pseudo-aléatoire, à la séquence binaire modulée par 1pps TX et au signal 1pps TX lui-même. Enfin le signal en sortie du module EMISSION peut être contrôlé par la sortie RF monitor disponible à l'arrière du modem (puissance fixée à -10 dBm par le fabricant). En l'absence de signal d'horloge alimentant le modem, le signal 10 MHz REF est généré directement à partir de l'oscillateur de référence interne et le signal 1 pps TX provenant d'une horloge numérique. Les deux signaux générés sont ainsi synchronisés.

Pour le module RECEPTION :

Après filtrage et élévation au carré, le signal capté 70 MHz RF in possède une amplitude constante et ne présente plus de changement de phase : l'injection du signal résultant dans une boucle à verrouillage de phase (PLL) permet de récupérer le signal code PN. L'étape de synchronisation initiale consiste à caler pour la première fois la séquence de code générée au niveau du récepteur sur la séquence de code contenue dans le signal capté 70 MHz RF in (code PN). L'étape de poursuite ou « Tracking », quant à elle, permet de maintenir ce calage au niveau des codes. Une fois le code du récepteur verrouillé sur le code du signal reçu, le signal présent à l'entrée du récepteur est démodulé via une porte OU exclusif : le signal 1pps RX est ainsi obtenu. Sur la façade avant du modem, on a accès, via un connecteur SMC, aux signaux IF monitor, frame rate et 1pps RX du module RECEPTION.

### A2.2.1 Étude du module EMISSION

Les deux blocs du module EMISSION abordé précédemment sont étudiés plus en détail dans ce paragraphe. Les schémas correspondants sont indiqués sur les figures A2.4 à A2.9 [2], [4], [5].

#### A2.2.1.1 Génération du code PN et modulation par 1pps TX

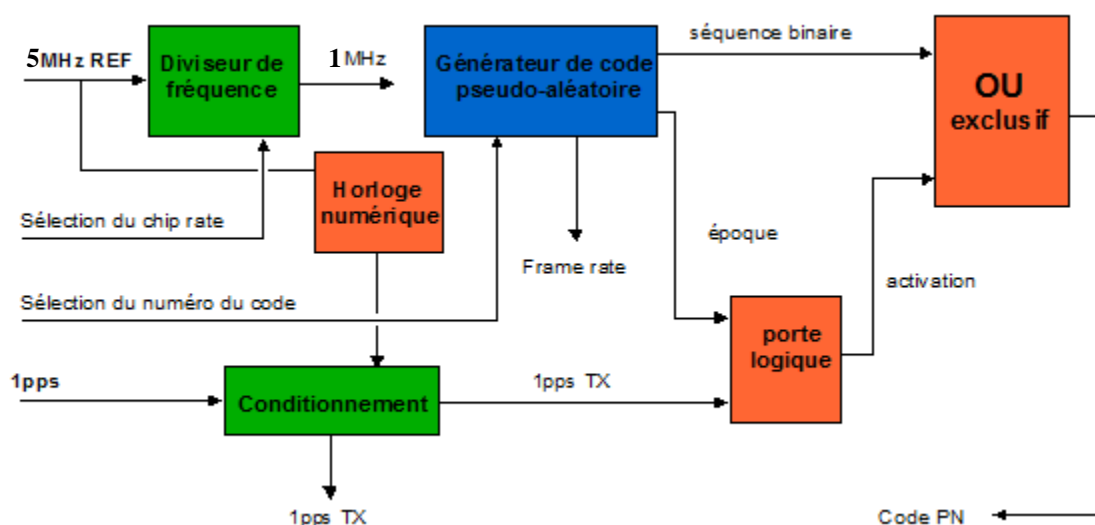


Figure A2.4 : Génération du signal "code PN" et modulation par "1pps TX"

Le diviseur de fréquence permet, à partir du signal 5 ou 10 MHz REF, de sélectionner le nombre de chips par seconde (chip rate) de la séquence binaire générée. Actuellement, les stations TWSTFT, sur les liens européens et transatlantiques, travaillent avec un code à 1 MChips/s. La sélection du nombre de chips par seconde engendre la génération d'une fréquence appropriée pour élaborer le code (cette fréquence est de 1 MHz pour un chip rate de 1 MChips/s). Une séquence de code pseudo-aléatoire de bruit est ensuite générée et reproduite

dans le temps grâce à la fréquence précédente et à la sélection d'un numéro de code. Le générateur de code pseudo-aléatoire de bruit utilise un registre à décalage de quatorze étages comme indiqué sur la figure A2.5.

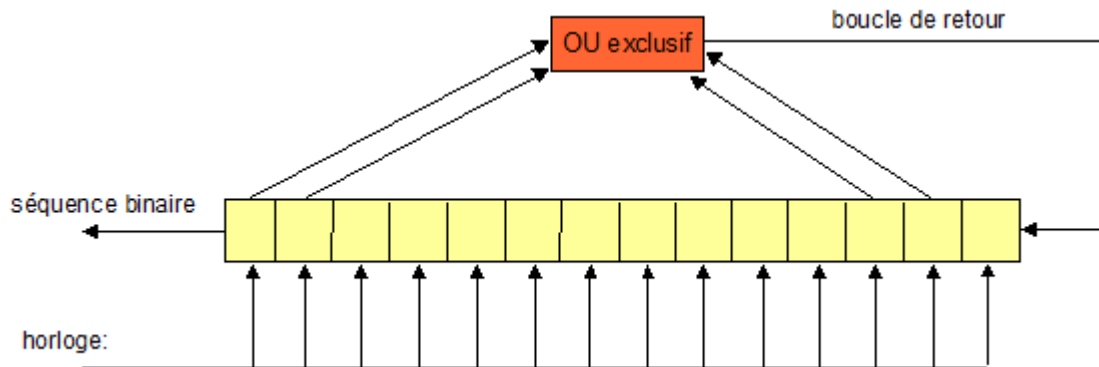


Figure A2.5 : Structure du générateur de code pseudo-aléatoire

La porte logique OU exclusif combinée à la boucle de retour permet de générer une séquence de code de longueur  $L = 2^n - 1$ ,  $n$  étant le nombre d'étages du registre à décalage ( $n = 14$ ). Une séquence de longueur  $L = 16383$  chips est ainsi obtenue, un chip représentant l'état binaire 0 ou 1. Le principe de fonctionnement d'une telle structure est rappelé sur un exemple simple ( $n = 3$ ) en figure A2.6.

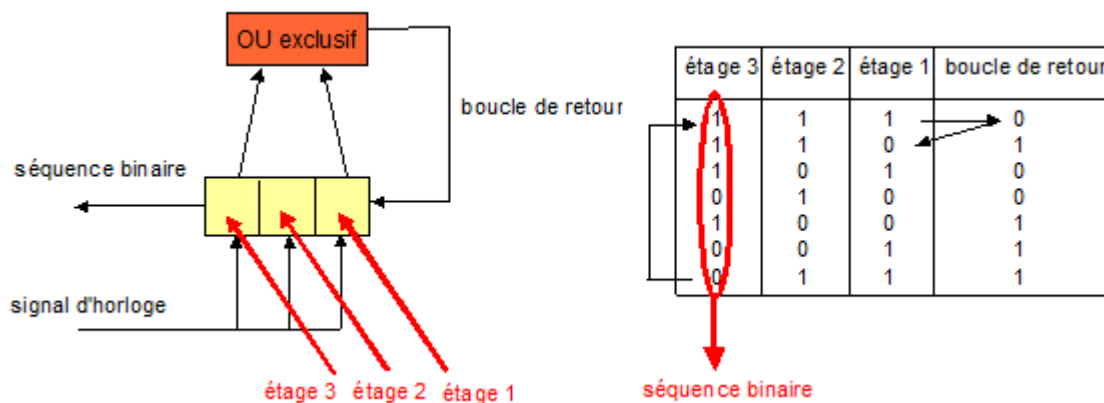


Figure A2.6 : Principe de fonctionnement d'une structure à registre

Cette séquence de 16383 chips est tronquée à une longueur  $L = 10000$  chips pour les raisons suivantes :

- une longueur d'une décade facilite la réalisation de certaines fonctions (division par exemple),

- une séquence plus courte réduit la durée de la procédure de synchronisation tandis que le rapport signal sur bruit et la corrélation (au niveau de la réception) sont améliorés avec une longueur de séquence plus importante : le choix d'une séquence tronquée de 10000 chips résulte donc d'un compromis.

La sélection du numéro du code pseudo-aléatoire s'effectue grâce à un ensemble de commutateurs permettant de relier la porte OU exclusif à certains étages du registre à décalage selon le numéro du code désiré (commutateurs non représenté sur la figure A2.5).

Sur la figure A2.4, le bloc « Conditionnement » permet d'adapter le signal *1pps* fourni par l'horloge atomique aux portes logiques situées en aval du schéma. Ce bloc fournit donc le signal *1pps TX*. La porte logique permet quant à elle de vérifier que le signal *1pps TX* est synchronisé avec la séquence binaire générée. Cette séquence binaire est ensuite modulée par le signal *1pps TX* via une porte OU exclusif: le code PN est ainsi obtenu.

#### A2.2.1.2 Modulation BPSK et filtrage passe-bande

Le second bloc du module EMISSION, dont le schéma interne est donné sur la figure A2.7, est développé dans la suite.

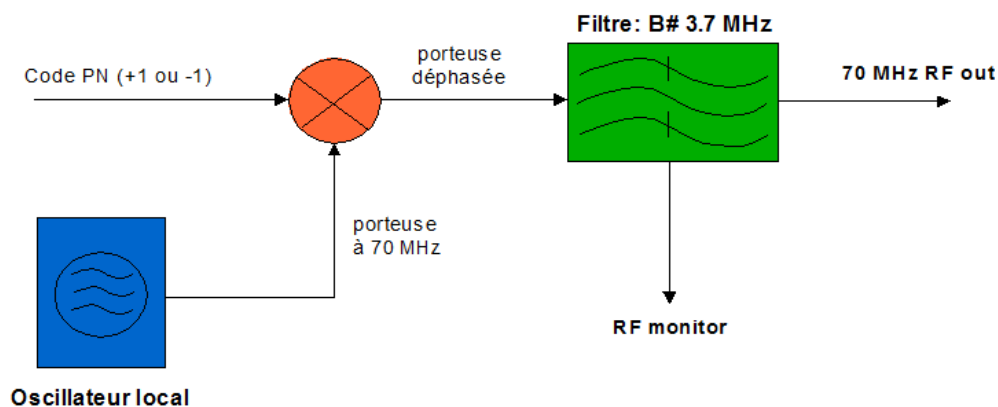


Figure A2.7 : Modulation BPSK et filtrage passe-bande

La modulation BPSK consiste en une multiplication de la porteuse à 70 MHz générée par un oscillateur local par le code PN élaboré précédemment (suite de deux états binaires, -1 et 1 pour simplifier). Ceci a pour effet de déphaser la porteuse de 180 degrés à chaque changement d'état d'un chip, comme il est reporté sur la figure A2.8.

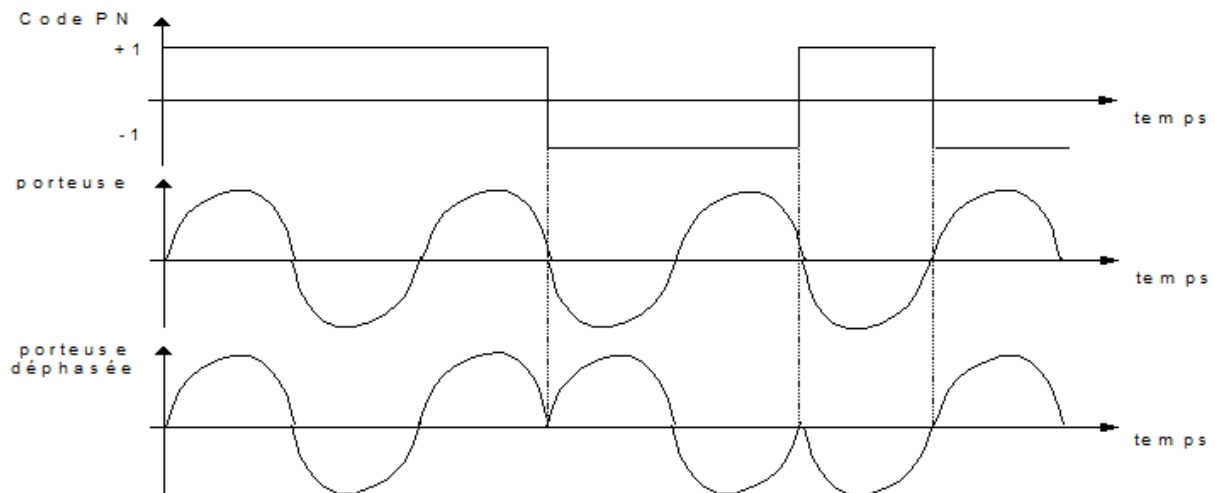


Figure A2.8 : Principe de la modulation BPSK

Cette opération a pour conséquence de supprimer certaines harmoniques hautes fréquences du code PN et donc de rallonger le temps de montée et de descente de chaque chip de la séquence de code en rendant la pente de montée et de descente moins raide. Le passage d'un état à un autre s'effectue ainsi de façon plus progressive, entraînant la variation de l'amplitude du signal  $70\text{ MHz RF out}$ . L'intérêt d'un tel filtrage est de réduire l'amplitude des lobes secondaires du code PN dans le domaine de Fourier.

Le filtrage passe-bande (figure A2.8) sert à limiter le spectre du signal transmis à la bande de fréquence allouée par le répéteur de satellite.

## A2.2.2 Étude du module de RECEPTION

Les trois blocs du module de RECEPTION abordée précédemment sont étudiés plus en détail. Les schémas correspondants sont indiqués sur les figures A1.10 à A1.13 [2], [3].

### A2.2.2.1 Synchronisation initiale: utilisation d'un corrélateur « glissant »

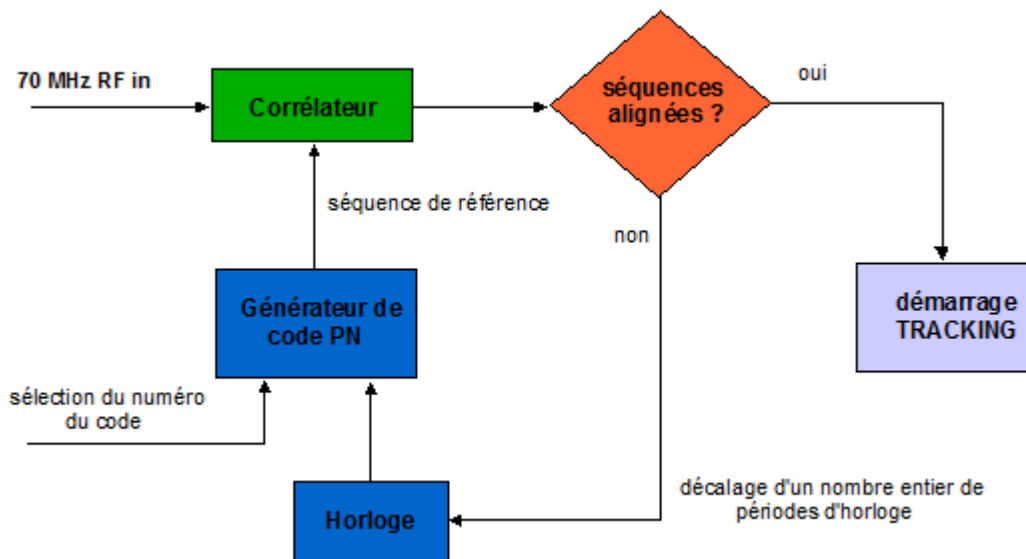


Figure A2.9 : Principe du corrélateur glissant

Un corrélateur calcule la fonction d'auto-corrélation d'un signal. Un corrélateur glissant (figure A2.9) est un corrélateur dont la séquence de référence créée par le récepteur est décalée dans le temps jusqu'à ce que cette séquence de code produite soit en phase avec la séquence reçue au niveau du récepteur; à cet instant la fonction d'auto-corrélation est maximale : la séquence de code générée en réception est « calée » sur le code reçu, les deux séquences sont alignées. L'étape de poursuite dite « Tracking » peut débiter. En revanche, si les deux séquences ne sont pas alignées, le corrélateur glissant va décaler d'un nombre entier de périodes d'horloge le signal d'horloge (du registre à décalage constituant le générateur de code du récepteur) jusqu'à ce qu'il y ait synchronisation des deux séquences de codes.

Le principe du corrélateur glissant est illustré sur la figure A2.10 où R représente la valeur prise par la fonction d'auto-corrélation normalisée.

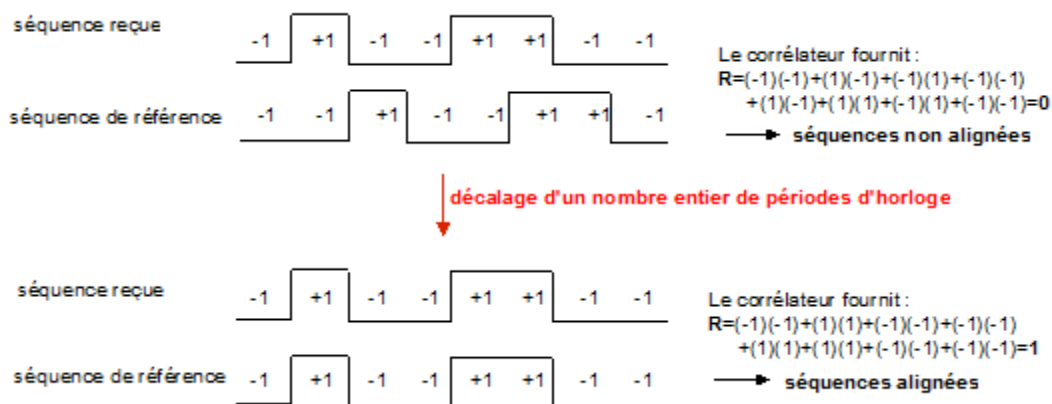


Figure A2.10 : Principe du corrélateur glissant (suite)

Le corrélateur glissant ne travaille que sur une séquence de code de 10000 chips : autrement dit, le code généré au niveau de la réception n'est pas le code global mais uniquement une séquence de code.

*Remarque : plage de verrouillage en réception*

En pratique, le bon déroulement du processus de verrouillage du code en réception nécessite la connaissance de la fréquence de la porteuse reçue à  $\pm 500$  Hz environ (plage de verrouillage de l'ordre de 1 kHz [1]). C'est pourquoi le réglage de cette fréquence de réception doit impérativement prendre en compte l'offset de fréquence introduit par le répéteur satellite (typiquement de l'ordre du kilohertz).

### A2.2.2 Poursuite ou « Tracking » : utilisation d'une DLL (Delay Locked Loop)

Le code *PN* reçu au niveau du module de RECEPTION est injecté dans deux corrélateurs différents, notés 1 et 2 sur la figure A2.11. Il est ainsi comparé dans ces deux corrélateurs à deux séquences de codes décalées l'une par rapport à l'autre d'un chip. Puis, les fonctions d'auto-corrélation calculées par ces corrélateurs sont soustraites l'une de l'autre : ceci produit une fonction d'auto-corrélation composite (figure A2.11) qui va être filtrée puis utilisée par l'oscillateur commandé en tension noté VCO pour agir sur la fréquence d'horloge du registre à décalage constituant le générateur de codes et ainsi maintenir le calage de la séquence de référence de réception sur la séquence de code reçue.

Ce calage s'effectue en un point particulier sur la partie linéaire de la fonction d'auto-corrélation composite (point en rouge sur la figure A2.12).

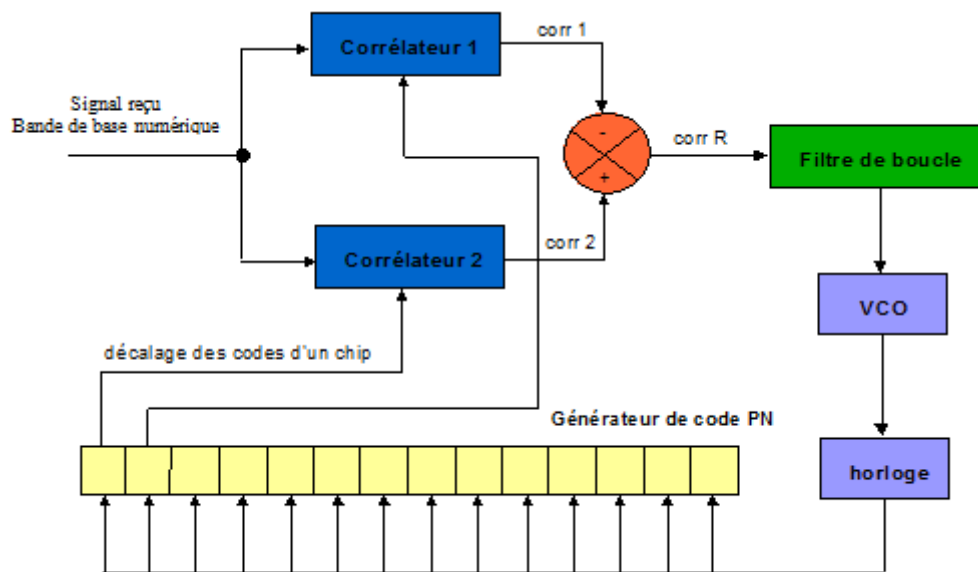


Figure A2.11 : schéma de la DLL pour la phase de poursuite

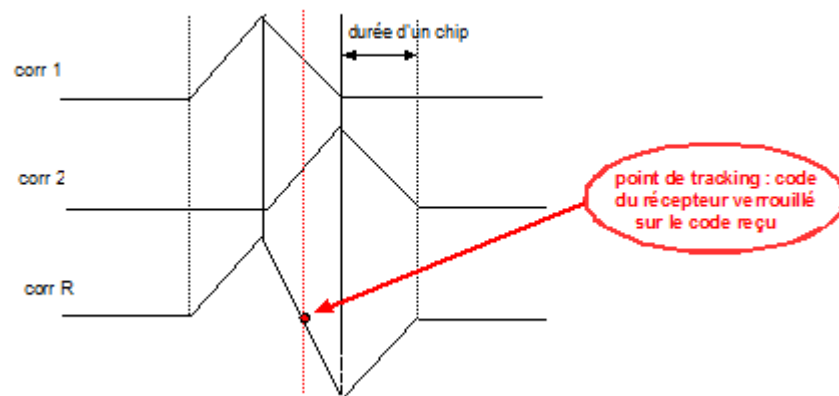


Figure A2.12 : Principe d'une DLL pour la poursuite

Contrairement au corrélateur glissant, la fréquence d'horloge est modifiée (le signal d'horloge n'est plus seulement décalé dans le temps d'un nombre entier de périodes d'horloges) pour maintenir le calage. En effet, les deux séquences de code comparées au niveau de la réception ne sont pas en phase directement en raison du parcours du signal reçu (retard de propagation, remédié par le corrélateur glissant) et de l'incertitude sur la fréquence d'horloge des codes générés, entraînant un décalage progressif (cumuls successifs de la différence de fréquence entre les deux codes) des deux codes (remédié par l'intermédiaire de l'étape de poursuite). L'utilisation de deux corrélateurs en parallèle s'explique par un gain en rapidité de poursuite puisque la dynamique de l'erreur finale (obtenue par soustraction des deux erreurs) est plus faible.

Une fois ce calage effectué, la démodulation du code PN (c'est-à-dire suppression de la séquence binaire) contenu dans le signal  $70\text{ MHz } RF_{in}$  est réalisée par une porte OU exclusif, puisque la modulation du signal  $1\text{pps } TX$  par la séquence binaire utilise ce type de porte logique. La porteuse modulée par le signal  $1\text{pps } RX$  est ainsi obtenue en sortie du démodulateur.



## Références bibliographiques

- [1] SATRE (Satellite Time and Ranging Equipment) TWSTFT (Two-Way Satellite Time and Frequency Transfer) TimeTech GmbH, Opration manuel, [www.Timetech.de](http://www.Timetech.de).
- [2] P. Merck. Développement d'une station terrienne de comparaisons d'horloges atomiques par liaisons micro-ondes avec un satellite de télécommunications. Thèse de Doctorat, 2005.
- [3] R. C. Dixon, Spread Spectrum systems, WILEY-INTERSCIENCE, Second Edition
- [4] Prof Dr. Ph. HARTL, MITREX 2500 : a modem for microwave for Time and Ranging experiments via telecommunication satellites, Institute for Navigation, University Stuttgart, January 2005.
- [5] Two-Way Time Transfer by Satellite, Navtech Seminars, Décembre 1990.

## Annexe 3.

# Analyse de la stabilité de fréquence des données 1 s résultant des mesures TWSTFT phase

### A3.1 Décomposition de l'équation du décalage de fréquence entre les deux horloges en comparaison

La différence de fréquence fractionnelle des deux horloges pilotant deux stations TWSTFT émettant la même fréquence micro-ondes est exprimée par:

$$\frac{df}{f} = - \left[ \frac{F_{11} - F_{22} - F_{12} + F_{21}}{2} - \frac{f_{tx}}{f_{tx} - f_{slo}} (F_{12} - F_{22}) \right] \frac{1}{2f_{tx}} \quad (1)$$

Le tracé de la stabilité de fréquence, présentée sous forme d'écart type d'Allan, de la variation de phase d'une série de mesure TWSTFT phase en collocation entre les deux stations OP01 et OP02 pour une durée de 50 min est illustré dans la figure A3.1. Une dégradation de la stabilité est observée à partir d'un temps d'intégration égal à 250 s environ.

Afin de comprendre la cause de ce bruit, on décompose l'équation ci-dessus en deux termes :

$$x_1 = - \left[ \frac{F_{11} - F_{22} - F_{12} + F_{21}}{2} \right] \frac{1}{2f_{tx}} \quad (2)$$

Et

$$x_2 = \left[ \frac{f_{tx}}{f_{tx} - f_{slo}} (F_{12} - F_{22}) \right] \frac{1}{2f_{tx}} \quad (3)$$

### A3.2 Analyse de la variance d'Allan de chaque terme de l'équation deux voies phase

En traçant les écart-types d'Allan correspondants aux équations (2) et (3) (figures A3.2 et A3.3 respectivement) on remarque que le bruit du lien à 1 s est assez faible, de l'ordre de  $7,66 \times 10^{-13}$ , vu que la fréquence de l'oscillateur local à bord du satellite est supposée être éliminée dans l'équation (2). Par contre, la dégradation de la stabilité de fréquence persiste sur les deux courbes de stabilité.

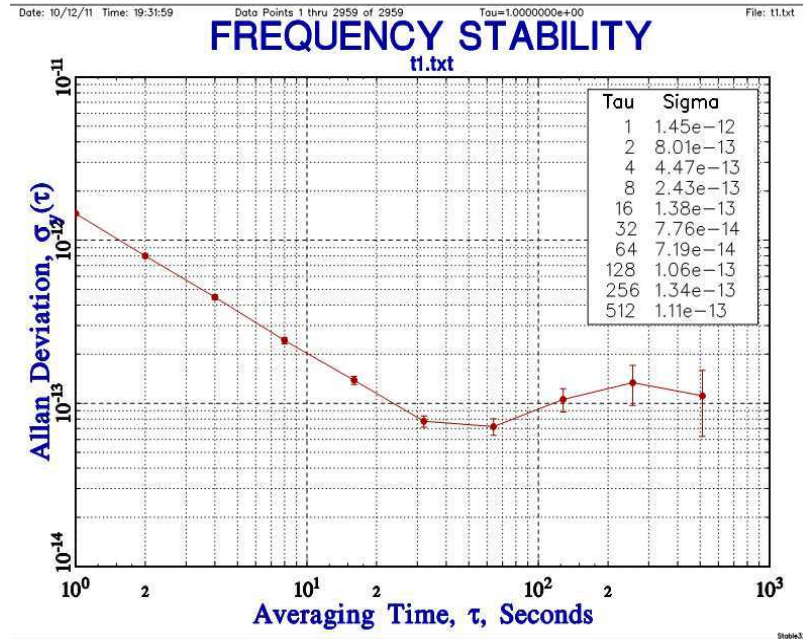


Figure A3.1: Stabilité de fréquence du lien deux voies phase OP01-OP02 montrant une dégradation à partir d'environ 250 s

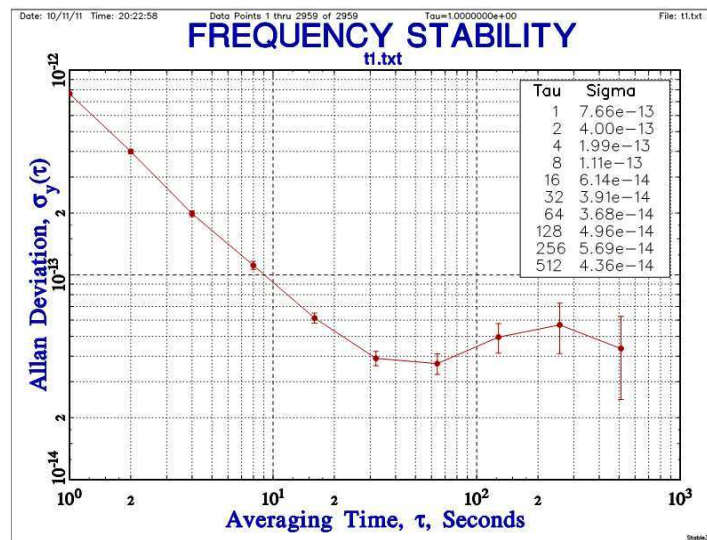


Figure A3.2: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation 2

Afin de mieux comprendre cet effet, on décompose les deux équations en quatre termes comme suivant :

$$\frac{F_{11}-F_{22}}{f_{tx}}, \frac{F_{12}-F_{21}}{f_{tx}}, \frac{F_{12}-F_{22}}{f_{tx}}, \frac{F_{21}-F_{22}}{f_{tx}}$$

Pour ces termes, les retards dues aux effets atmosphériques sont supposés être éliminés puisque les mesures sont effectuées en collocation et en horloge commune.

Les tracés des stabilités de fréquence correspondantes sont représentés respectivement dans les figures A3.4, A3.5, A3.6, A3.7. La dégradation de stabilité reste présente dans tous les tracés d'écart type d'Allan à partir d'un temps d'intégration égal à 250 s avec des amplitudes qui varient selon la configuration choisie.

On conclut que la dégradation de stabilité observé sur le lien deux voies phase est également présente sur la différence de fréquence entre deux signaux descendants du lien deux voies phase malgré l'élimination des retards atmosphériques, de l'effet Doppler et la fréquence de l'oscillateur local du satellite.

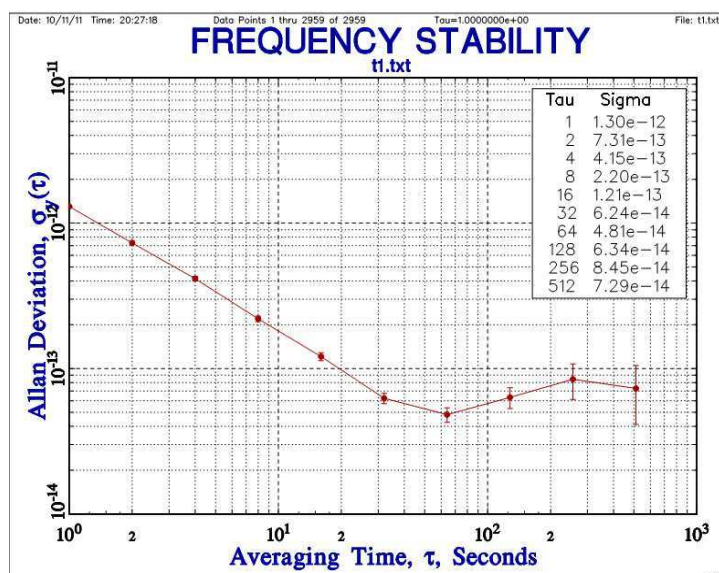


Figure A3.3: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation 3

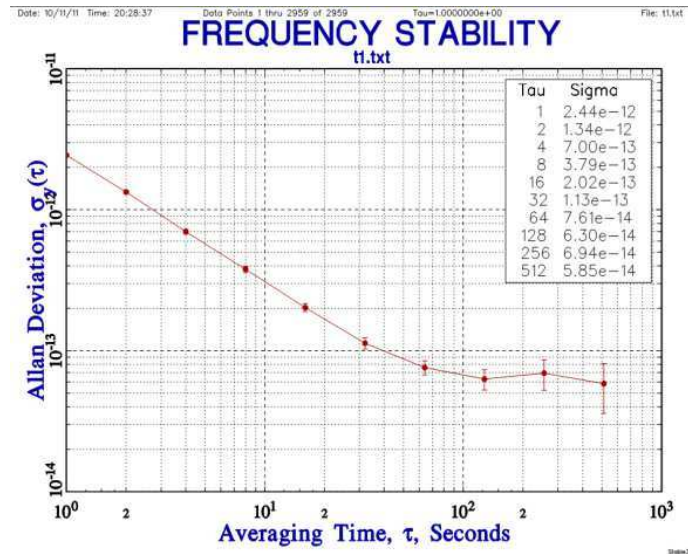


Figure A3.4: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation  $\frac{F_{11}-F_{22}}{f_{tx}}$

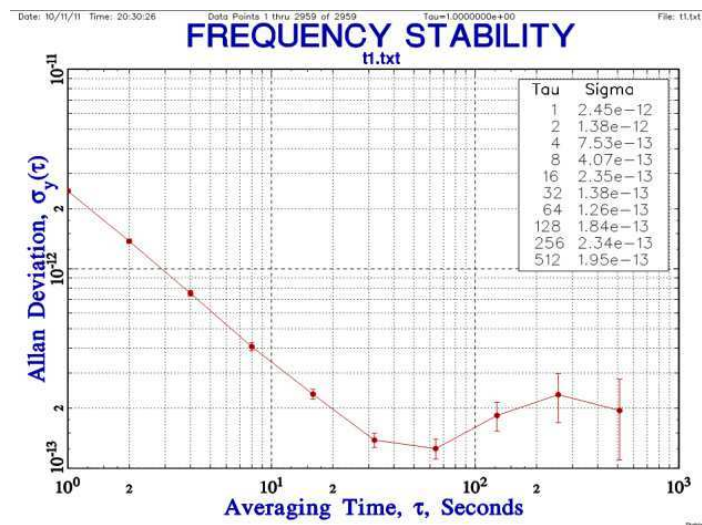


Figure A3.5: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation  $\frac{F_{12}-F_{21}}{f_{tx}}$

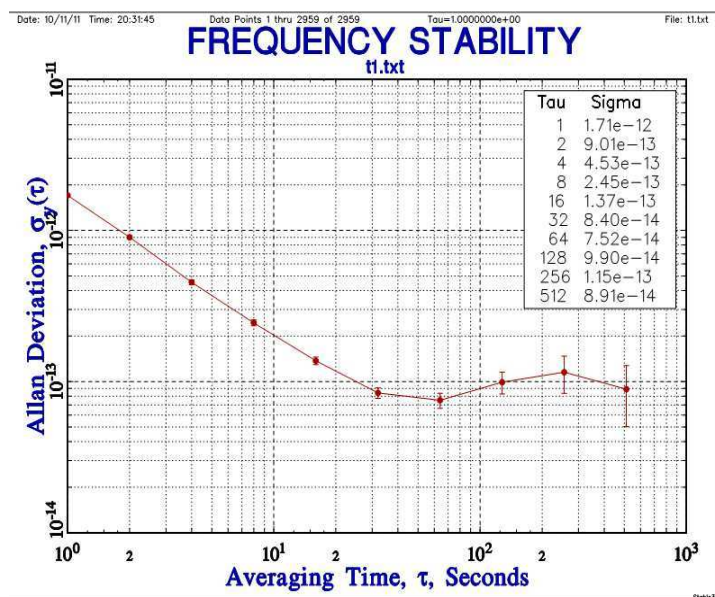


Figure A3.6: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation  $\frac{F_{12}-F_{22}}{f_{tx}}$

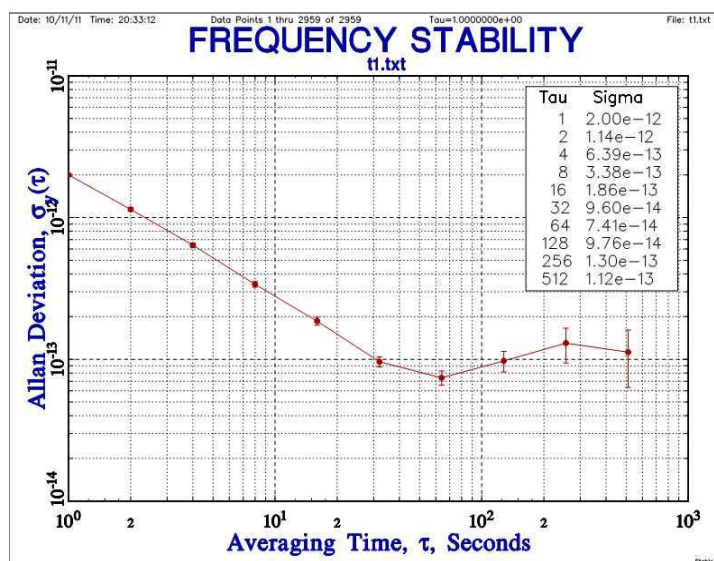


Figure A3.7: Stabilité de fréquence représentée sous forme d'écart-type d'Allan correspondant à l'équation  $\frac{F_{21}-F_{22}}{f_{tx}}$